ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 MARS 1952.

PRÉSIDENCE DE M. ALBERT CAQUOT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Marshall Harvey Stone**, Professeur à l'Université de Chicago, Président de l'Union Internationale de mathématiques, qui assiste à la séance.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section d'Économie rurale, en remplacement de M. *Émile Schribaux*, décédé.

Le scrutin donne les résultats suivants :

	1er tour	2e tour
Nombre de votants	62	63
	Nombre de suffrages.	
M. Maurice Lemoigne	22	32
M. Constantin Levaditi	13	21
M. Philibert Guinier	10	5
M. René Fabre	8	4
M. Camille Guérin	5	–
M. René Dujarric de La Rivière	3	–
M. Maurice Piettre	1	1

M. **Maurice Lemoigne**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement de la République.

DÉSIGNATIONS.

MM. **Roger Heim** et **Maurice Bouly de Lesdain** sont désignés pour représenter l'Académie aux Cérémonies qui auront lieu à Lille, du 26 avril au 4 mai 1952, à l'occasion des Floralies lilloises.

CORRESPONDANCE.

THÉORIE DE LA MESURE. — *Adaptation d'une mesure à une prétopologie. Passage de la Propriété Forte de Vitali réduite à la propriété complète.* Note (*) de M. **Christian Pauc**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Dans les recherches sur la théorie de la différentiation de fonctions d'ensemble où est postulée une topologie, la Propriété Forte de Vitali est énoncée sans la condition de débordement, car celle-ci peut toujours être réalisée grâce à la propriété d'approximation supérieure des ensembles ouverts ([1]) par élagage de la famille couvrante. Cette Note étudie la transposition prétopologique de ce processus.

Nous reprenons dans 4 le cadre d'une Note précédente ([2]).

4. Adaptation d'une mesure a une prétopologie. Point de vue externe. — *Hypothèses :* [Axiome I d'adaptation ([1])]. Les ensembles O sont mesurables. (G app.). Quels que soient l'ensemble C et $\varepsilon > 0$, il existe un ouvert **D** *externe* G incluant C tel que μ-ext. $(G - C) < \varepsilon$. (C) E est une union dénombrable d'ensembles C de mesure finie. *Notation :* Nous désignons par $\mathfrak{Z}$ la famille des sous-ensembles mesurables de E, par $\mathfrak{Z}'$ celle des ensembles Z' tels que, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe un ensemble G incluant Z' avec μ-ext. $(G - Z') < \varepsilon$. *Propositions :* Les ensembles Z' sont caractérisés parmi les ensembles Z par la propriété suivante : pour tout $\varepsilon > 0$, il existe un ensemble C inclus dans Z' pour lequel $\mu(Z' - C) < \varepsilon$. La famille $\mathfrak{Z}'$ est une σ-algèbre booléenne d'unité E. *Définition :* nous entendons par *mesure adaptée à la prétopologie* la restriction μ' de μ sur les ensembles $M' = M.(\mathbf{R} - E) + Z'$ où $M \in \mathfrak{M}$.

4.1 Application. — *Hypothèses complémentaires :* (A) Les constituants de la base $\mathfrak{B}$ sont des ensembles A. (VFr) $\mathfrak{B}$ possède la propriété de Vitali Réduite.

Théorème III. — *Sous les hypothèses énoncées, $\mathfrak{B}$ possède la Propriété Forte de Vitali* (en abrégé : VF) *si nous remplaçons μ par μ'. Toute μ-intégrale admet, sauf sur un ensemble* N, *un $\mathfrak{B}$-dérivé qui est égal à un μ'-intégrant* [selon

---

(*) Séance du 25 février 1952.

([1]) Haupt-Pauc, *Comptes rendus*, **230**, 1950, p. 711. Cette Note est développée dans Haupt-Aumann-Pauc, *Differential-und Integralrechnung*, III, Berlin (en préparation).

([2]) *Comptes rendus*, **234**, 1952, p. 1119.

Andersen et Jessen (³)]. *Les ensembles Z′ sont les ensembles Z pour lesquels vaut* VF.

Illustration. — $\mathfrak{B}$ est la base striée (ou polarisée) définie dans (⁴). Les ensembles Z′ sont produits d'ensembles mesurables Lebesgue de $I=[0,1]$ par I. μ' est strictement plus grossière que μ. Le $\mathfrak{B}$-dérivé ψ d'une mesure de Radon Φ est un μ'-intégrant de Φ.

5. Bases **D**(enjoy). — Comme dans 1., **R** est un espace mesuré. $\mathcal{S}$ représente un système d'ensembles mesurables, chacun de mesure finie positive, δ une fonction positive finie, définie sur $\mathcal{S}$. Une suite convergeant sur x est définie comme une suite (ordinaire) $M_1, \ldots, M_i, \ldots$ d'ensembles de $\mathcal{S}$ contenant x et telle que $\lim \delta(M_i)=0$. E est l'ensemble des points pourvus de suites convergentes. Nous appelons la base $\mathfrak{B}$ ainsi définie base **D**, $\mathfrak{B}=(\mathcal{S}, \delta)$. Toute sous-famille $\mathcal{T}$ de $\mathcal{S}$ définit une sous-base **D**, à savoir $(\mathcal{T}, \delta)$. *Hypothèses :* (G), (A) et (H_α) de 2.2. et $(C_\sigma^\times)$: E est une réunion dénombrable d'ensembles C de mesure extérieure finie. *Propositions :* Le domaine de définition de toute sous-base $(\mathcal{T}, \delta)$ est mesurable. Les ensembles C sont mesurables. VF est valide pour les ensembles C ainsi que pour les ensembles $Z''=C_\sigma(\text{mod}\ \mathfrak{N}.E)$. Ces ensembles Z″ forment une σ-algèbre booléenne $\mathfrak{Z}''$ d'unité E. Nous désignons par μ'' la restriction de μ sur les ensembles $M''=M.(\mathbf{R}-E)+Z''$ où $M\in\mathfrak{M}$. Le passage de μ à μ'' constitue une *adaptation du point de vue interne* (c'est-à-dire : dans la relativisation à E) *de la mesure* μ *à la prétopologie*.

Théorème IV. — *Même formulation qu'au théorème* III *en changeant* μ' *en* μ'' *et* $\mathfrak{Z}'$ *en* $\mathfrak{Z}''$.

5.1. *Relation avec la théorie de M. Denjoy* (⁵). — Une famille régulière de Denjoy [*loc. cit.* en (⁵) p. 333] définit une base **D** pour $\delta=\mu$. μ-ext. **R** est finie, ainsi sont vérifiées (G) et $(C_\sigma^\times)$. (A) est postulée. Pour $\Delta=\mu$, (H_α) est satisfaite sous la forme où elle apparaît dans le théorème restreint 2.1. L'hypothèse de *parfaite régularité* de Denjoy (*loc. cit*, p. 352) exprime la validité du *second axiome d'adaptation d'une mesure à une prétopologie, elle équivaut à* $\mu''=\mu$.

TOPOLOGIE. — *Sur les groupes d'Eilenberg-MacLane.*

Note de M. **Jean-Pierre Serre**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Détermination des cup-produits et des i-carrés dans la cohomologie mod 2 des complexes $K(\Pi; n)$ d'Eilenberg-MacLane. Application aux groupes d'homotopie des sphères.

Dans ce qui suit, $H^*(\Pi; n)$ désignera l'algèbre de cohomologie du complexe $K(\Pi; n)$ à coefficients dans le corps à deux éléments. Nous étudierons cette

(³) *Danske Vid. Selsk. Math.-Fys. Medd.*, 25, n° 5, 1948, p. 4.

(⁴) Pauc, *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 1387.

(⁵) *Amer. J. Math.*, 73, 1951, p. 314-356.

algèbre par induction sur n, grâce à la méthode introduite dans [1] (chap. VI); rappelons que cette méthode consiste à considérer $K(\Pi; n)$ comme la base d'un espace fibré contractile dont la fibre est $K(\Pi; n-1)$.

1. *Détermination de* $H^*(\Pi; n)$. — Prenons d'abord $\Pi = Z_2$; si $n=1$, $H^*(Z_2; 1) = \mathbf{S}(x)$, algèbre de polynomes à un générateur x de dimension 1 (ce n'est rien d'autre que la cohomologie de l'espace projectif réel); mais une algèbre de polynomes sur un corps de caractéristique 2 admet pour système simple de générateurs [au sens de A. Borel [2]] les puissances 2^k-ièmes ($k=0, 1, \ldots$) de ses générateurs au sens usuel; ici, ce système simple est donc : $\{x, Sq^1 x, Sq^2 Sq^1 x, Sq^4 Sq^2 Sq^1 x, \ldots\}$. Dans la suite spectrale définie par la fibration qui relie $K(Z_2; 1)$ à $K(Z_2; 2)$ les éléments de ce système simple sont *transgressifs* puisque x l'est et que les i-carrés commutent à la transgression [*voir* [1] (chap. II)]; désignons par $y \in H^2(Z_2; 2)$ l'image de x par transgression; il résulte alors d'un théorème de A. Borel [2] que $H^*(Z_2; 2)$ est isomorphe à l'algèbre de polynomes admettant pour générateurs $y, Sq^1 y, Sq^2 Sq^1 y, Sq^4 Sq^2 Sq^1 y, \ldots$:

$$H^*(Z_2; 2) = \mathbf{S}(y, Sq^1 y, Sq^2 Sq^1 y, Sq^4 Sq^2 Sq^1 y, \ldots).$$

Cette algèbre, à son tour, possède un système simple de générateurs transgressifs, à savoir les puissances 2^k-ièmes de $y, Sq^1 y, \ldots$; d'où, par le même raisonnement que plus haut :

$$H^*(Z_2; 3) = \mathbf{S}(z, Sq^1 z, Sq^2 z, Sq^2 Sq^1 z, \ldots), \qquad \text{avec} \quad \dim z = 3.$$

De façon générale, on voit ainsi que *l'algèbre de cohomologie* $H^*(Z_2; n)$ *est une algèbre de polynomes dont les générateurs sont certains i-carrés itérés de la classe fondamentale de dimension n.*

Un résultat analogue vaut pour le groupe $Z_{(2^k)}$ et le groupe Z; par exemple :

$$H^*(Z; 3) = \mathbf{S}(z, Sq^2 z, Sq^4 Sq^2 z, Sq^8 Sq^4 Sq^2 z, \ldots), \qquad \text{avec} \quad \dim z = 3.$$

On tire de là le calcul de $H^*(\Pi; n)$ lorsque le groupe Π est de type fini.

Bien entendu, la détermination de proche en proche esquissée plus haut permet de déterminer exactement quels sont les i-carrés itérés qui interviennent pour former les générateurs de $H^*(Z_2; n)$; le résultat complet est trop compliqué pour être donné ici. Indiquons seulement ce que vaut la « partie stable » des $H^*(Z_2; n)$: notons $A^q(\Pi)$ les groupes de cohomologie $H^{n+q}(\Pi; n)$ où n est assez grand, et soit u la classe fondamentale de $A^0(Z_2)$; alors *l'espace*

---

(1) J.-P. Serre, *Ann. of Math.*, 54, 1951, p. 425-505.

(2) *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 1628 et 2392. *Voir* aussi *Thèse*, Paris, 1952, à paraître aux *Ann. of Math.*

vectoriel $A^q(Z_2)$ (*sur le corps* Z_2) *admet pour base l'ensemble des éléments* $Sq^{i_1} Sq^{i_2} \ldots Sq^{i_k} u$, *où les indices vérifient les conditions :*

$$(1) \qquad k \geq 0, \; i_1 \geq 2 i_2, \; i_2 \geq 2 i_3, \; \ldots, \; i_{k-1} \geq 2 i_k, \; i_1 + i_2 + \ldots + i_k = q.$$

Exemple. — $A^8(Z_2)$ a pour base $Sq^8 u$, $Sq^7 Sq^1 u$, $Sq^6 Sq^2 u$, $Sq^5 Sq^2 Sq^1 u$.

On déduit de ce qui précède *la composante 2-primaire du groupe d'homologie* $A_q(Z_2)$ *à coefficients entiers : c'est une somme directe de groupes* Z_2 *en nombre égal au nombre des partitions de q sous la forme* $q = i_1 + i_2 + \ldots + i_k$ *où les* $i_1, i_2, \ldots, i_k$ *vérifient les conditions* (1) *et où* i_1 *est pair.*

Les résultats précédents valent aussi bien pour $A^q(Z)$, ou $A_q(Z)$, à condition d'ajouter à la condition (1) la condition supplémentaire que $i_k \neq 1$.

2. *Applications.* — *a.* Comme il est bien connu, il y a une correspondance biunivoque entre les constructions cohomologiques partout définies et les éléments des groupes de cohomologie d'Eilenberg-Mac Lane; notre résultat montre donc que, *en cohomologie* mod 2, *toute construction cohomologique partout définie s'obtient par des cup-produits appliqués à des i-carrés itérés.*

b. En fait, le calcul des groupes $A^q(Z_2)$ donne un résultat plus précis; il montre que les *i*-carrés itérés dont les indices vérifient les conditions (1) forment une *base* de l'espace vectoriel sur Z_2 des *i*-carrés itérés. En particulier, tout autre *i*-carré itéré est une combinaison linéaire de ceux-là; ce résultat montre l'existence de relations entre les *i*-carrés (dont la relation $Sq^1 Sq^{2n} = Sq^{2n+1}$ est un exemple élémentaire), mais ne fournit pas de procédé mécanique pour déterminer ces relations. En fait, on peut les obtenir par une méthode toute différente, due à J. Adem ([3]).

c. On peut utiliser les calculs des $H^*(\Pi; n)$ et les relations entre *i*-carrés itérés pour déterminer certains groupes d'homotopie des sphères. Utilisant la méthode introduite par H. Cartan et l'auteur ([4]), on obtient assez aisément :

$$\pi_6(\mathbf{S}_3) = Z_{12} \, ({}^5), \qquad \pi_7(\mathbf{S}_4) = Z + Z_{12}, \qquad \pi_{n+3}(\mathbf{S}_n) = Z_{24} \, ({}^6) \qquad (n \geq 5);$$
$$\pi_7(\mathbf{S}_3) = Z_2 \, ({}^7), \qquad \pi_8(\mathbf{S}_4) = Z_2 + Z_2, \qquad \pi_9(\mathbf{S}_5) = Z_2, \qquad \pi_{n+4}(\mathbf{S}_n) = 0 \qquad (n \geq 6).$$

([3]) Résultats non publiés.

([4]) *Comptes rendus*, 234, 1952, p. 288 et 393.

([5]) Ce résultat n'est pas nouveau; en effet, d'une part il est connu que $\pi_6(\mathbf{S}_3)$ a 12 éléments [W. Massey et G. Whitehead, *Bull. Amer. Math. Soc.*, 57, 1951, *Abstract* 545; *Cf.* aussi H. Cartan et J.-P. Serre, *loc. cit.* ([4])], et d'autre part M. G. Barratt et G. F. Paechter viennent de démontrer qu'il contient un sous-groupe isomorphe à Z_4 (*Voir* une Note à paraître dans les *Proc. Nat. Acad. Sc. U. S. A*, 38, 1952.)

([6]) On obtient un générateur de ce groupe en appliquant la suspension de Freudenthal à l'application de Hopf : $\mathbf{S}_7 \rightarrow \mathbf{S}_4$.

([7]) On savait que $\pi_7(\mathbf{S}_3)$ contient un sous-groupe isomorphe à Z_2; *Cf.* P. Hilton, *Proc. London Math. Soc.*, 1, 1951, p. 462-493.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Délais d'attente des avions atterrissant selon leur ordre d'arrivée sur un aéroport à s pistes.* Note de M. **Félix Pollaczek**, présentée par M. Émile Borel.

Dans deux Notes antérieures ([1]) dont nous conservons le schéma et les notations, nous avons étudié l'influence de la quantification des délais d'attente (d. a.) sur leur fonction de répartition (f. r.).

Écartant cette hypothèse, nous admettons maintenant, pour $m = 1, \ldots, n$, que :

a. $\text{Prob}(x < X_m < x + dx) = dx/\mathcal{C}\ (0 < x < \mathcal{C})$;

b. $\text{Prob}(t < T_m < t + dt) = df(t)$;

c. ceux des avions qui sont mis en attente, subissent de ce fait des retards supplémentaires M_m qui sont des v. a. de f. r. donnée $g(t)$ (laquelle dépend du procédé de mise en attente utilisé), donc $\text{Prob}(\mu < M_m < \mu + d\mu) = dg(\mu)$;

d. tous les avions sont dirigés *selon leur ordre d'arrivée* sur les pistes libres.

Afin de simplifier nos formules, nous prenons la quantité $\int_0^\infty t\,df(t) + \int_0^\infty \mu\,dg(\mu)$ pour unité de temps.

A l'aide des méthodes que nous avons développées ([2]) pour traiter les problèmes correspondants qui se posent pour un groupe de s lignes téléphoniques (où $M \equiv 0$), on montre que dans le cas présent tous les problèmes concernant soit la construction de f. r. à une ou plusieurs variables, soit le calcul de fonctions génératrices (f.g.) de certaines probabilités, nécessitent la résolution du système suivant de s équations intégrales linéaires simultanées :

$$(1)\quad (p - z - y)\,\mathcal{F}_\lambda(z_1, \ldots, z_\lambda; y) + \frac{z}{2\pi i}\int_{-i\infty-0}^{i\infty-0}\left[K_\lambda \mathcal{F}_{\lambda+1}(z_1, \ldots, z_\lambda \zeta; y) + (1 - K_\lambda)\,\mathcal{F}_{\lambda+1}\left(z_1, \ldots, z_\lambda, \zeta; \sum_1^\lambda z_\nu + \zeta\right)\right]\frac{\varepsilon(-\zeta)}{\zeta}\,d\zeta = C_\lambda$$

$$\left[K_\lambda = \frac{\gamma(-\zeta)\left(y - \sum_1^\lambda z_\nu\right)}{y - \sum_1^\lambda z_\nu - \zeta};\ \lambda = 0, \ldots, s-1;\ R(z_1), \ldots, R(z_{s-1}) \leq 0\right],$$

$$(2)\quad \sum_{\lambda=0}^{s}\ \sum_{1', \ldots, \lambda'}^{s} \mathcal{F}_\lambda(z_1, \ldots, z_{\lambda'}; y) = 0.$$

([1]) *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 1901 et p. 2286.

([2]) *Ann. Inst. H. Poincaré*, 11, 1949, p. 113-133 et p. 135-173.

Ici, p et y ($\neq p$) sont respectivement un paramètre tel que $R(p) > 0$ et une variable complexe, et les indices $1', \ldots, \lambda'$ parcourent toutes les combinaisons λ à λ des nombres $1, \ldots, s$; nous avons posé

$$\varepsilon(z) = \int_0^\infty e^{zt}\, df(t), \qquad \gamma(z) = \int_0^\infty e^{zt}\, dg(t).$$

Les deuxièmes membres $C_\lambda(z_1, \ldots, z_\lambda; y, p, z, \ldots)$ de ces équations [dont nous n'utilisons que l'unique solution $(\mathcal{F}_0, \ldots, \mathcal{F}_s)$ qui, pour $p, y, z, \ldots, z_{s-1}$ donnés, soit holomorphe pour $z = 0$] sont des fonctions données, en général symétriques en $z_1, \ldots, z_\lambda$, et holomorphes pour $z = 0$, $R(z_1), \ldots, R(z_\lambda) \leq 0$.

Donnons par exemple aux C_λ ($\lambda = 0, \ldots, s-1$) les valeurs suivantes :

$$(3) \qquad C_\lambda = \delta_\lambda^0 \left(\frac{q\gamma(-q)}{q-y} + 1 - \gamma(-q) \right) \qquad [R(q) > 0],$$

$$(4) \quad \begin{cases} C_\lambda = (x-1)^\lambda + \delta_\lambda^{s-1} x^s z \left[\dfrac{1 - \varepsilon(-v)\gamma(-v)}{p - xz - y} + \dfrac{\varepsilon(-v)}{v}\big(1 - \gamma(-v)\big) \right] \\ \left(v = p - xz - \displaystyle\sum_1^{s-1} z_i, \qquad |x| < 1 \right), \end{cases}$$

et soient $\mathcal{F}_0(y; q, p, z)$ et $\widetilde{\mathcal{F}}_0(y; x, p, z)$ les valeurs correspondantes de la solution $\mathcal{F}_0(y)$ de (1) et (2). Dans les hypothèses a, b, c, d, la fonction caractéristique (f. c.) de la f. r. des d. a. et la f. g. des probabilités $\widetilde{p}_i(\mathcal{C}, n)$ pour que, à un instant donné, exactement i avions soient ou en attente ou en cours d'atterrissage, sont alors respectivement égales à

$$(5) \quad \begin{cases} \dfrac{(n-1)!}{\mathcal{C}^n} \dfrac{1}{(2\pi i)^2} \displaystyle\int_{c_p}\int_{k_z} \dfrac{e^{p\mathcal{C}}}{z^n(p-z)} \mathcal{F}_0(0; q, p, z)\, dp\, dz \\ \text{et} \quad \displaystyle\sum_{i=0}^\infty \widetilde{p}_i x^i = \dfrac{(n-1)!}{\mathcal{C}^n} \dfrac{1}{(2\pi i)^2} \displaystyle\int_{c_p}\int_{k_z} \dfrac{e^{p\mathcal{C}}}{z^n(p-z)} \widetilde{\mathcal{F}}_0(0; x, p, z)\, dp\, dz. \end{cases}$$

En admettant, au lieu de a, que la répartition des instants d'arrivée suit la loi de Poisson de paramètre c (nombre moyen d'arrivées par unité de temps), ces expressions deviennent respectivement

$$(6) \quad \begin{cases} \varphi(q, c) = \displaystyle\lim_{p \to c+0} (p-c)\mathcal{F}_0(0; q, p, c) \quad \text{et} \quad \sum_{i=0}^\infty \widetilde{P}_i x^i = \lim_{p \to c+0} (p-c)\widetilde{\mathcal{F}}_0(0; x, p, c) \\ (c < s), \end{cases}$$

où $\widetilde{P}_i = \lim_{n \to \infty} \widetilde{p}_i[(n/c), n]$; pour $c \geq s$, les deuxièmes membres de (6) s'annulent, aucun trafic stationnaire n'étant alors possible.

Si $\varepsilon(z)$ et $\gamma(z)$ sont ou entiers et rationnels en e^{hz} ($h > 0$), ou rationnels en z, $\mathcal{F}_0(y; q, p, z)$ et $\widetilde{\mathcal{F}}_0(y; x, p, z)$ sont des fonctions rationnelles de y dont la construction ne nécessite que le calcul de certaines racines d'une équation,

transcendante dans le premier, algébrique dans le second cas. Dans le cas d'une seule piste qui peut être traité de manière plus simple, il vient (pour des arrivées réparties selon la loi de Poisson),

$$(7)\quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi(q, c) = \dfrac{1-c}{1-c\gamma'(0)} \dfrac{q-c+c\gamma(-q)}{q-c+c\gamma(-q)\varepsilon(-q)}; \\ \displaystyle\sum_{i=0}^{\infty} \widetilde{P}_i x^i = \varphi(c-cx, c)\,\varepsilon(cx-c) \\ (s=1,\ c<1,\ \varepsilon'(0)+\gamma'(0)=1;\ R(q)\geq 0,\ |x|\leq 1). \end{array} \right.$$

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Solutions élémentaires des équations régissant les écoulements des fluides compressibles.* Note (*) de M. **Paul Germain**, présentée par M. Joseph Pérès.

On indique un procédé simple pour construire des solutions élémentaires de certaines équations, en utilisant l'extension de la transformation de Fourier due à L. Schwartz [1]. On peut ainsi généraliser quelques résultats obtenus précédemment dans le cas de l'équation simple de Tricomi.

1. L'étude des écoulements compressibles conduit à la recherche de solutions d'une équation

$$(1)\qquad \mathcal{L}(u) = u_{zz} + k(z)\, u_{xx} = 0;$$

nous en recherchons ici des solutions élémentaires. En adoptant le langage de la théorie des distributions de L. Schwartz [1], il s'agit de trouver une distribution $E(M;\, P) = E(x, z;\, x_0, z_0)$ telle que $\mathcal{L}(E) = \delta(P)$, si $\delta(P)$ est la masse de Dirac dans $R^2(x, z)$ placée en $P(x_0, z_0)$. Nous utilisons la transformation de Fourier à une seule variable x (α désignera la variable duale de x) opérant sur l'espace des distributions tempérées; en supposant que $E(M;\, P)$ est tempérée et que $x_0 = 0$, on voit [2] que $g = \mathcal{F}E$ est solution de l'équation différentielle

$$(2)\qquad L(g) = g_{zz} - \alpha^2 k_1(z)\, g = \delta(z_0) \qquad [k_1(z) = 4\pi^2 k(z)],$$

$\delta(z_0)$ désignant la masse de Dirac dans $R^1(z)$ placée au point $z = z_0$. On obtient aisément des solutions de (2) à partir de deux solutions $K_1(\alpha, z)$ et $K_2(\alpha, z)$ de $L(v) = 0$, dont le Wronskien $K'_{1z}K_2 - K_1K'_{2z}$ est égal à 1, quel

(*) Séance du 10 mars 1952.

(1) *Théorie des distributions*, 2, Hermann, Paris, 1951.

(2) Le symbole $\mathcal{F}u$ désigne la fonction de α, transformée de Fourier de $u(x)$; si u est sommable, on a

$$\mathcal{F}u = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2i\pi\alpha x}\, u(x)\, dx;$$

$\mathcal{F}^{-1}$ désigne la transformation inverse.

que soit z. Il suffit de prendre pour g la fonction identique $K_1(|\alpha|, z)K_2(|\alpha|, z_0)$ pour $z \geqq z_0$ et à $K_1(|\alpha|, z_0)K_2(|\alpha|, z)$ pour $z \leqq z_0$. Si l'on choisit $K_1(\alpha, z)$ et $K_2(\alpha, z)$ pour que g soit une distribution tempérée, on a $E = \mathcal{F}^{-1} g$.

2. Nous supposons $k(z)$ définie dans l'intervalle $(-z_1, +\infty)$, z_1 étant une constante positive, et que dans cet intervalle $k(z)$ a le signe de z. Soient $I_1(\alpha, z)$ et $I_2(\alpha, z)$ deux solutions de $L(v) = 0$ définies pour $\alpha > 0$, telles que si z est un nombre positif fixé, on ait pour α réel augmentant indéfiniment

$$2^{\frac{1}{2}}[k_1(z)]^{\frac{1}{4}} I_1 \sim \alpha^{-\frac{1}{2}} e^{-\alpha s}, \qquad 2^{\frac{1}{2}}[k_1(z)]^{\frac{1}{4}} I_2 \sim -\alpha^{-\frac{1}{2}} e^{\alpha s} \qquad (ds = \sqrt{k_1}\, dz).$$

L'existence de I_1 et de I_2 ne fait aucune difficulté ([3]). On peut prendre alors $K_1(\alpha, z) = I_1(\alpha, z)$, $K_2 = I_2(\alpha, z) + \lambda(\alpha) I_1(\alpha, z)$, $\lambda(\alpha)$ étant définie pour $\alpha \geqq 0$, croissant moins vite qu'un polynome arbitraire mais fixé.

Si $z_0 > 0$, $E(M; P)$ est une fonction uniforme pour tout $z > -z_1$, sauf au point $P(0, z_0)$, où elle admet la singularité logarithmique classique. On notera que $E(M; P) = E(P; M)$ si M et P sont dans le demi-plan $z > 0$. Si $z_0 < 0$, $E(M; P)$ est une fonction de M pour $z > 0$, mais pour $z < 0$ c'est une distribution identique à une fonction en tout point M extérieur aux caractéristiques issues de P et à leurs réfléchies sur $z = 0$. On remarquera que

$$\mathcal{R}(M; P) = \mathcal{F}^{-1}[K_1(|\alpha|, z)K_2(|\alpha|, z_0) - K_1(|\alpha|, z_0)K_2(|\alpha|, z)]$$

est égale à la fonction de Riemann de P à l'intérieur du triangle limité par $z = 0$ et les caractéristiques de P et qu'elle est identiquement nulle dans les régions limitées par les caractéristiques de P ne contenant pas l'axe des z (ce dernier résultat s'obtient en remarquant que pour $z = z_0$, $x \neq 0$, $\mathcal{R} = \mathcal{R}_z = 0$). Dans ces régions, on peut donc indifféremment définir E comme l'originale de $K_1(|\alpha|, z)K_2(|\alpha|, z_0)$ ou de $K_1(|\alpha|, z_0)K_2(|\alpha|, z)$. Ceci permet de vérifier la propriété de symétrie $E(M; P) = E(P; M)$ pour tout couple M, P situé dans le demi-plan $z > -z_1$.

3. Nous prendrons dans la suite $\lambda(\alpha) = \text{const.}$; dans ces conditions la solution E ne peut avoir sur les caractéristiques issues de P et sur leurs réfléchies que des singularités du type suivant : discontinuité proportionnelle à la valeur de la fonction de Riemann sur une caractéristique $[-k(z)]^{-1/4}$, singularité logarithmique dont le coefficient est proportionnel à $[-k(z)]^{-1/4}$. Les solutions E ainsi définies généralisent donc les solutions H définies précédemment dans le cas de l'équation de Tricomi([4]); on peut alors en tirer les mêmes conséquences. En particulier la fonction :

$$\mathcal{E}(M; P) = E(M; P) - \left[\frac{k(z_2)}{k(z_1)}\right]^{-\frac{1}{4}} [E(M; P_1) - E(M; P_2)],$$

([3]) R. E. LANGER, *Trans. Amer. Soc.*, 33, 1931.

([4]) P. GERMAIN et R. BADER, *Comptes rendus*, 231, 1950, p. 1203.

P_1 et P_2 étant les deux points situés sur les caractéristiques de P d'ordonnée z_2, ($z_0 \geq z_2 \geq z_1$), présente les singularités de la fonction de Green du problème de Tricomi; on en déduit que la résolution d'un problème de Tricomi et celle du problème conjugué sont des problèmes équivalents.

4. Donnons pour finir quelques exemples. Si $k_1(z) = z$ (équation de Tricomi), on peut prendre

$$I_1(\alpha, z) = 2^{\frac{1}{6}} 3^{-\frac{1}{6}} \pi^{-\frac{1}{2}} s^{\frac{1}{3}} K_{\frac{1}{3}}(\alpha s), \qquad I_2(\alpha, z) = -2^{\frac{1}{6}} 3^{-\frac{1}{6}} \pi^{\frac{1}{2}} s^{\frac{1}{3}} I_{\frac{1}{3}}(\alpha s);$$

c'est sous cette forme que A. Weinstein ([5]) a donné la solution élémentaire de l'équation de Tricomi. Si $k_1(s) = 1 - e^{-2z}$, équation envisagée par S. Tomotika et K. Tamada ([6]), on peut poser $t = e^{-z}$ et prendre

$$I_1(\alpha, z) = \pi^{\frac{1}{2}} J_\alpha(\alpha t), \qquad I_2(\alpha, z) = 2^{-\frac{1}{2}} \pi^{\frac{1}{2}} Y_\alpha(\alpha t).$$

Enfin dans le cas de l'équation régissant les écoulements des fluides réels ([7]) [qui peut se mettre sous la forme (1)], on prendra (on pose $\beta = 2\pi\alpha$)

$$I_1(\alpha, z) = \frac{\tau^{\frac{\beta}{2}}}{2\sqrt{\pi\beta}} F(a_\beta, b_\beta, \beta + 1; \tau),$$

$$I_2(\alpha, z) = \sqrt{\frac{1}{2\beta\pi}} \left[\tau^{-\frac{\beta}{2}} F(a_{-\beta}, b_{-\beta}, 1 - \beta; \tau) + \frac{2(\pi\beta)^{\frac{3}{2}} \operatorname{cotg} \pi\beta\, \Gamma(a_\beta) \Gamma(\beta + 1 - b_\beta)}{\Gamma(a_\beta - \beta) \Gamma(1 - b_\beta) [\Gamma(1 + \beta)]^2} I_1(\alpha, z) \right].$$

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur le principe de la constance de la vitesse de la lumière*. Note (*) de M. **Karl Drago Stiegler**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. On peut fonder la théorie de la Relativité restreinte sans supposer le principe de la constance de la vitesse de la lumière si l'on part du système d'axiomes suivant :

Ax. 1. — L'espace est homogène et isotrope, c'est-à-dire pour la transformation des coordonnées et du temps entre deux systèmes de référence galiléens S et S' existent les relations

$$x' = a_{11} x + a_{12} t, \tag{1}$$

$$y' = y, \tag{2}$$

$$z' = z, \tag{3}$$

$$t' = a_{21} x + a_{22} t. \tag{4}$$

([5]) *Trans. Amer. Soc.*, 63, 1948 et *Bull. Amer. Math. Soc.*, 55, 1949.

([6]) *Quart. Appl. Math.*, 9, 1951.

([7]) M. J. Lighthill, *Proc. Roy. Soc.*, 191, 1947, p. 341-351.

(*) Séance du 3 mars 1952.

et

(5) $$x = v\,t = -\frac{a_{12}}{a_{11}},$$

(6) $$x' = -v\,t' = \frac{a_{12}}{a_{22}};$$

où les coefficients de transformation ne peuvent pas dépendre d'aucun paramètre variable, mais tout au plus de la vitesse constante relative v des systèmes de référence S et S'.

Ax. 2. — Pour la propagation de la lumière on doit avoir

(7) $$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0,$$

où la constante c signifie la vitesse de la lumière qui pourrait varier quand on change de système de référence.

Ax. 3. — Dans tous les systèmes de référence galiléens les lois physiques sont les mêmes.

D'après (5) et (6) il s'ensuit que

(8) $$a_{11} = a_{22},$$

(9) $$a_{12} = -a_{11} v.$$

On doit avoir dans le système S d'après l'Ax. 2 :

(10) $$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0$$

et aussi d'après l'Ax. 3 dans S'

(11) $$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c'^2 t'^2 = 0.$$

Si nous substituons les expressions (1), (2), (3), (4), (8) et (9) dans l'équation (11), nous obtenons

(12) $$x^2(a_{11}^2 - a_{21}^2 c'^2) - 2xt(a_{11}^2 v + a_{11} a_{21} c'^2) - c^2 t^2 \left(a_{11}^2 \frac{c'^2}{c^2} - \frac{a_{11}^2 v^2}{c^2} \right) = 0$$

et aussi avec la comparaison entre (10) et (12) :

(13) $$a_{11}^2 - a_{21}^2 c'^2 = 1,$$

(14) $$a_{11}^2 v + a_{11} a_{21} c'^2 = 0,$$

(15) $$a_{11}^2 \frac{c'^2}{c^2} - \frac{a_{11}^2 v^2}{c^2} = 1.$$

De (14) résulte

(16) $$a_{21} = -\frac{a_{11} v}{c'^2}.$$

Au moyen des formules (13), (15) et (16) on obtient la *relation fondamentale*

(17) $$c = c'.$$

Cela veut dire : *La vitesse de la lumière est indépendante du mouvement des systèmes de référence* S *et* S′. Ainsi nous avons prouvé que le prétendu Principe de la constance de la vitesse de la lumière n'*est pas un axiome indépendant du Principe de la Relativité*, comme on l'a pensé jusqu'à présent, mais qu'au contraire, ce Principe est une conséquence nécessaire de notre système d'axiomes. Des équations (1)-(17) il est facile de déduire les transformations de Lorentz et d'Einstein.

2. Des équations de Maxwell :

$$(18)\qquad \operatorname{rot}\mathfrak{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathfrak{H}}{\partial t};\qquad \operatorname{rot}\mathfrak{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial\mathfrak{E}}{\partial t};\qquad \operatorname{div}\mathfrak{E} = 0;\qquad \operatorname{div}\mathfrak{H} = 0,$$

c étant une constante qui pourrait varier quand on change de système de référence, on peut déduire aussi la relation (17). De (18) résulte l'équation de la propagation des ondes dans le système S :

$$(19)\qquad \frac{\partial^2 u_S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_S}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u_S}{\partial t^2} = 0,$$

tandis que dans S′ d'après l'Ax.3 on doit avoir

$$(20)\qquad \frac{\partial^2 u_{S'}}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u_{S'}}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 u_{S'}}{\partial z'^2} - \frac{1}{c'^2}\frac{\partial^2 u_{S'}}{\partial t'^2} = 0$$

où $u_S(x, y, z, t)$ resp. $u_{S'}(x', y', z', t')$ signifie une des fonctions E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z resp. $E'_{x'}$, $E'_{y'}$, $E'_{z'}$, $H'_{x'}$, $H'_{y'}$, $H'_{z'}$. A cause de l'Ax.2 de toutes les intégrales particulières de l'équation (19) resp. (20), il ne faut considérer que celles dont la surface d'ondes est la sphère. Une telle intégrale est par exemple :

$$u_S(x, y, z, t) = \frac{A}{R}\cos\omega\left(t - \frac{R}{c}\right),\qquad R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

$$\text{resp. } u_{S'}(x', y', z', t') = \frac{A'}{R'}\cos\omega'\left(t' - \frac{R'}{c'}\right),\qquad R' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2},$$

où A resp. A′ est une constante. Ainsi on arrive de nouveau aux équations (10) et (11) dont nous avons déduit la relation (17).

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur un type de calcul opératoriel applicable à la théorie des perturbations.* Note de M. **Antoine Visconti**, présentée par M. Louis de Broglie.

Étude des solutions de (1) : $\mathcal{H}(t)\mathfrak{U} = i(\partial/\partial t)\mathfrak{U}$. [$\mathcal{H}(t)$ opérateur linéaire, borné ; $\mathfrak{U}(t, t_0)$ un certain opérateur (d'évolution si $\mathcal{H}$ est un hermitien) tel que : $\mathfrak{U}(t_0, t_0) = 1$] en supposant qu'on puisse attacher à $\mathcal{H}$ un domaine D_t à l'intérieur duquel (1) soit équivalent à (2) $\mathfrak{U}(t, t_0) = \mathbf{1} - i\int_{t_0}^{t}\mathcal{H}(\tau)\,\mathfrak{U}(\tau, t_0)\,d\tau$.

1. Cette étude peut commodément se faire par l'introduction d'un produit dyadique d'opérateurs

Définition : $\mathcal{F}(t, \tau)$ étant un opérateur fonction de t et τ, sommable par rapport à chacune de ses variables dans le carré t_0, t; l'opérateur intégral

$$\int_{t_0}^{t} \mathcal{F}(t, \tau)\{\ \ \} \qquad \text{avec} \quad t > t_0$$

est tel qu'appliqué à un certain opérateur $V(t)$ jouissant des mêmes propriétés de sommabilité, on ait

$$\int_{t_0}^{t} \mathcal{F}(t, \tau)\{\ \ \} V(t) = \int_{t_0}^{t} \mathcal{F}(t, \tau) V(\tau)\, d\tau.$$

Si le noyau ne dépend que de t, on écrira $\int_{t_0}^{t} \mathcal{H}\{\ \ \}$ au lieu de $\int_{t_0}^{t} \mathcal{H}(\tau)\{\ \ \}$. Ce produit est évidemment associatif et distributif par rapport à l'addition. On peut facilement définir sa $n^{\text{ième}}$ puissance positive entière $\int_{t_0}^{t} \mathcal{F}(t, \tau)\{\ \ \}^n$ ($n^{\text{ième}}$ itéré d'une équation intégrale de noyau $\mathcal{F}(t, \tau)$) et par application du lemme de Dirichlet montrer que

$$(3)\quad \int_{t_0}^{t} \mathcal{F}_1(t, \tau)\{\ \ \}^n \int_{t_0}^{t} \mathcal{F}_2(t, \tau)\{\ \ \} = \int_{t_0}^{t} \mathcal{F}(t, \tau)\{\ \ \}, \qquad \mathcal{F}(t, \tau) = \int_{\tau}^{t} \mathcal{F}_1(t, \tau')\{\ \ \} \mathcal{F}_2(t, \tau).$$

La propriété d'additivité caractéristique des puissances se vérifie et par définition la puissance o sera l'opérateur $\mathbf{1}$. Remarquons aussi

$$\int_{t_0}^{t} \mathcal{F}(t, \tau)\{\ \ \} \mathbf{1} = \int_{t_0}^{t} \mathcal{F}(t, \tau)\, d\tau.$$

Par définition, la dérivée d'un tel opérateur est

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{t_0}^{t} \mathcal{F}(t, \tau)\{\ \ \} = \mathcal{F}(t, t) + \int_{t_0}^{t} \frac{\partial \mathcal{F}(t, \tau)}{\partial t}\{\ \ \}$$

et l'on vérifie qu'on trouve bien l'expression de la dérivée d'un produit.

2. Appliquons ces définitions à la solution de (2) par approximations successives, (2) peut s'écrire sous forme dyadique

$$(4)\quad \left\{\mathbf{1} + i\int_{t_0}^{t} \mathcal{H}\{\ \ \}\right\} \mathfrak{U}(t, t_0) = \mathbf{1} \qquad \text{de sorte que} \quad \mathfrak{U}(t, t_0) = \left\{\mathbf{1} + i\int_{t_0}^{t} \mathcal{H}\{\ \ \}\right\}^{-1} \mathbf{1},$$

à condition que le développement en série ait un sens : or il en est bien ainsi dans le domaine D_t puisqu'il est facile de voir qu'on obtient ainsi les approximations successives de Picard pour (1). On peut démontrer, par une application du lemme de Dirichlet, le théorème : *Si les produits* $\mathcal{F}(t, \tau_n) \ldots \mathcal{F}(\tau_2, \tau_1)$ *sont invariants pour toute permutation des variables indépendantes* τ, *on a*

$$\int_{t_0}^{t} \mathcal{F}(t, \tau)\{\ \ \}^n \mathbf{1} = (n!)^{-1} \int_{t_0}^{t} d\tau_n \int_{t_0}^{t} d\tau_{n-1} \ldots \int_{t_0}^{t} d\tau_1 \mathcal{F}(t, \tau_n) \ldots \mathcal{F}(\tau_2, \tau_1).$$

Le deuxième membre est, toutes intégrations faites, un opérateur ordinaire fonction de t. Dans le cas où $\mathcal{F}(t, \tau) \equiv \mathcal{H}(t)$, *la condition s'écrit* $[\mathcal{H}(t_m), \mathcal{H}(t_n)] = 0$ *et l'on a*

$$(5) \quad \begin{cases} \mathcal{U}(t, t_0) = \Sigma(-i)^n \int_{t_0}^{t} \mathcal{H}\{\ \}^n \mathbf{1} \\ \qquad = \Sigma(n!)^{-1}\left(-i\int_{t_0}^{t} \mathcal{H}(\tau)\,d\tau\right)^n = \exp\left[-i\int_{t_0}^{t} \mathcal{H}(\tau)\,d\tau\right]. \end{cases}$$

L'application de la règle sur le calcul de la dérivée permet de montrer que (4) aussi bien que (5) satisfait à (1) (principe des permanences fonctionnelles pour tout prolongement). On peut se proposer à cause de certaines interprétations physiques, de représenter $\mathcal{U}(t, t_0)$ par l'exponentielle (5) même lorsque les $\mathcal{H}$ ne commutent pas, on peut montrer que c'est possible lorsqu'on postule que les opérateurs dans un produit doivent être ordonnés de telle sorte que le temps aille en décroissant vers la droite et que l'approximation d'ordre n s'obtient en décomposant l'intégrale n-uple de (5) en $n!$ intégrales (égales) obtenues en décomposant l'intervalle de variation de τ_{n-1} en deux sous-intervalles, celui de τ_{n-2} en trois, les deux premiers coïncidant avec ceux de τ_{n-1}, ..., celui de τ_1 en n sous-intervalles, les $n-1$ premiers coïncidant avec ceux de τ_2 : on rejoint ce faisant le « calcul des opérateurs ordonnés » de R. P. Feynman [1].

3. Les règles énoncées permettent également un calcul des perturbations. Utilisant, en effet, la relation (3) avec $\mathcal{F}_1(t, \tau) = \mathcal{H}_1(t)$, $\mathcal{F}_2(t, \tau) = \mathcal{H}_2(t)$, on obtient

$$\left\{\mathbf{1} + i\int_{t_0}^{t} \mathcal{H}_1\{\ \}\right\}^{-1} \int_{t_0}^{t} \mathcal{H}_2\{\ \} = \int_{t_0}^{t} \mathcal{U}_1(t, \tau)\,\mathcal{H}_2(\tau)\{\ \},$$

où

$$\mathcal{U}_1(t, \tau) = \left\{\mathbf{1} + i\int_{\tau_0}^{t} \mathcal{H}_1\{\ \}\right\}^{-1} \mathbf{1}.$$

Considérons alors $\mathcal{H}(t) = \mathcal{H}_1(t) + \mathcal{H}_2(t)$ avec $\mathcal{H}_2$ terme perturbateur, d'après $(A - B)^{-1} = A^{-1} + A^{-1}BA^{-1} + \ldots$, il vient, tous calculs faits,

$$\mathcal{U}(t, t_0) = \left\{\mathbf{1} + i\int_{t_0}^{t} \mathcal{H}_1\{\ \} + i\int_{t_0}^{t} \mathcal{H}_2\{\ \}\right\}\mathbf{1} = \sum(-i)^n \int_{t_0}^{t} \mathcal{U}_1(t, \tau)\,\mathcal{H}_2\{\ \}^n\,\mathcal{U}_1(t, t_0)$$
$$= \left\{\mathbf{1} + i\int_{t_0}^{t} \mathcal{U}_1(t, \tau)\,\mathcal{H}_2(\tau)\{\ \}\right\}^{-1} \mathcal{U}_1(t, t_0)$$

inversant l'opérateur entre accolades, on obtient l'équation intégrale d'évolution [2]

$$\mathcal{U}(t, t_0) = \mathcal{U}_1(t, t_0) - i\int_{t_0}^{t} \mathcal{U}_1(t, \tau)\,\mathcal{H}_2(\tau)\,\mathcal{U}(\tau, t_0)\,d\tau.$$

---

[1] *Phys. Rev.*, 84, 1951, p. 109.

[2] *Journ. Phys.*, 12, 1951, p. 726.

4. Les transformées de Fourier des opérateurs intégraux sont intéressants pour $\mathcal{F}(t, \tau) = \mathcal{F}(t-\tau)$ ou $\mathcal{H}(t)$. Les opérations se font dans l'espace des images, on obtient $\mathcal{L}\left\{1 + i\int_{t_0}^{t} \mathcal{H}\{\ \}\right\}^{-1} = \lambda\{\lambda - \mathcal{H}\}^{-1}$, si $\mathcal{H}$ est indépendant de t.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la théorie relativiste des forces nucléaires. III. Corrections relativistes à l'interaction produite par un champ scalaire.* Note de M. **Maurice Lévy**, présentée par M. Louis de Broglie.

On utilise le formalisme décrit dans deux Notes précédentes [1] pour calculer les corrections relativistes d'ordre v/c et $(v/c)^2$ à l'interaction entre deux nucléons produite par un champ scalaire neutre ou symétriquement chargé.

Nous considérons d'abord les corrections qui ne proviennent pas des créations de paires de nucléons virtuels. Dans ce cas, les amplitudes $\mathbf{a}_\lambda^{(0,0)}$ et $\mathbf{a}_{11}(\mathbf{p})$, définies par (I, 2) et (II, 4), sont identiques; nous les désignons toutes deux par $\mathbf{a}(\mathbf{p})$. Elles obéissent à l'équation

$$(2E_p - W)\,\mathbf{a}(\mathbf{p}) = \lambda \int K(\mathbf{p}, \mathbf{p}')\,\mathbf{a}(\mathbf{p}')\,d\mathbf{p}', \tag{1}$$

où nous avons posé $\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \chi$ et

$$K(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \omega_\chi^{-2} + K_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}'). \tag{2}$$

Le premier terme de (2) correspond au potentiel de Yukawa. A l'approximation non relativiste, où l'on néglige $K_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$, $\mathbf{a}(\mathbf{p})$ est remplacée par $\mathbf{a}_0(\mathbf{p})$, λ par λ_0 et l'on a : $g^2/4\pi = 2\pi^2\lambda_0 = 2{,}453(\mu/M)$. La valeur moyenne du moment $p = |\mathbf{p}|$ est telle que $\langle p/M \rangle = \langle v/c \rangle = 0{,}843\,(\mu/M)$. Les quantités $g^2/4\pi$, $\langle v/c \rangle$, et μ/M sont donc toutes trois du même ordre de grandeur. Le second terme de (2) introduit les corrections qui proviennent :

a. de la partie relativiste des éléments de matrice $\Gamma_{11}^{(r)}$ définis par (II, 3), avec $\mathcal{O}^{(r)} = 1$;

b. des termes qui, dans l'interaction, correspondent au recul des nucléons;

c. des processus d'ordre supérieur faisant intervenir l'échange de plus d'un méson.

Pour un champ scalaire, les éléments de matrice $\Gamma_{ik}^{(r)}$ ont pour valeur

$$\Gamma_{ik}^{(r)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \left\{\frac{[M + E_i(p)][M + E_k(p')]}{4E_i(p)\,E_k(p')}\right\}^{\frac{1}{2}} \times \{1 - \mathbf{R}_i(p).\mathbf{R}_k(p') + i\boldsymbol{\sigma}^{(r)}[\mathbf{R}_i(p) \times \mathbf{R}_k(p')]\}, \tag{3}$$

[1] M. Lévy, *Comptes rendus*, 234, 1952, p. 815-922. Ces Notes seront désignées dans la suite par I et II.

où nous avons posé : $\mathbf{R}_i(p) = [\mathrm{M} + \mathrm{E}_i(p)]^{-1} . \mathbf{p}$, et où $\sigma^{(r)}$ désigne le vecteur de spin du nucléon (r). L'équation (3) montre que les corrections qui proviennent de $\Gamma_{11}^{(r)}$ sont de l'ordre de $(v/c)^2$.

Pour calculer la correction λ_1 à la valeur « non relativiste » λ_0 de la constante de couplage ([2]), on utilise la formule

$$(4) \qquad \frac{\lambda_1}{\lambda_0^2} = - \frac{\iint \mathbf{a}_0^*(\mathbf{p})\, \mathrm{K}_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}')\, \mathbf{a}_0(\mathbf{p}')\, d\mathbf{p}\, d\mathbf{p}'}{\iint \mathbf{a}_0^*(\mathbf{p})\, \mathrm{K}_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}')\, \mathbf{a}_0(\mathbf{p}')\, d\mathbf{p}\, d\mathbf{p}'},$$

qu'il est facile d'établir. Si l'on se borne à l'approximation « de l'échelle » de l'équation de B. S., l'expression de $\mathrm{K}_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ qui contient les corrections d'ordre v/c s'écrit :

$$(5) \qquad \mathrm{K}_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = - \frac{\mathrm{E}_p + \mathrm{E}_{p'} - \mathrm{W}}{\omega_\chi^3} + \frac{\lambda_0}{2} \int \frac{d^3 \chi'}{\omega_{\chi'}\, \omega_{\chi-\chi'}^2 (\omega_\chi + \omega_{\chi-\chi'})}.$$

Le premier terme correspond au recul des nucléons ; le second aux processus d'échange simultané de deux mésons ne faisant pas intervenir le croisement des lignes d'univers des mésons. Pour calculer ceux qui font intervenir un tel croisement, il faut utiliser les équations générales (I, 4, 7). Faisant usage du fait que $\mathbf{a}_0(\mathbf{p})$ est solution de (1), avec $\mathrm{K}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \omega_\chi^{-2}$, on trouve que le terme d'interaction qui contient toutes les corrections d'ordre v/c s'écrit maintenant :

$$(6) \qquad \mathrm{K}_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \frac{p'^2 - p^2}{2\mathrm{M}\, \omega_\chi^3}.$$

Si l'on porte cette expression dans (4), on trouve, en raison de la symétrie des intégrations sur $\mathbf{p}$ et $\mathbf{p}'$: $\lambda_1 = 0$. Ce résultat est très important, car il prouve que l'approximation « de l'échelle », dans l'équation de B. S., n'est pas correcte physiquement. En effet, la solution de l'équation de Schrödinger non relativiste est exacte à $(v/c)^2$ près, tandis que celle de l'équation de B. S. à l'approximation de l'échelle ne l'est qu'à (v/c) près ([3]).

Les corrections relativistes qui proviennent des créations de paires de nucléons virtuels peuvent être calculées à partir de (I, 8) et (II, 9), en utilisant une formule analogue à (4), mais généralisée au cas où les amplitudes possèdent plusieurs composantes $\mathbf{a}_{ij}(\mathbf{p})$. On trouve sans difficulté que le rapport λ_1/λ_0 ainsi obtenu est de l'ordre de $(v/c)^4$ et peut être négligé.

En résumé, les corrections relativistes exactes d'ordre $(v/c)^2$ sont obtenues en considérant, d'une part, les processus d'échange de mésons virtuels inclus

---

([2]) Nous supposons, ce qui est conforme à la situation physique, que l'énergie de l'état fondamental est connue, et que λ est la valeur propre à déterminer.

([3]) Ce résultat est valable aussi en électrodynamique. Il n'est pas valable pour un champ scalaire purement chargé, car les processus qui font intervenir le croisement des lignes d'univers des mésons sont interdits, dans ce cas, par la loi de conservation de la charge.

dans les termes d'interaction Δ_2, Δ_4 et Δ_6 de (I, 7); et d'autre part la partie relativiste des éléments de matrice $\Gamma_{11}^{(r)}$ *dans l'expression de* Δ_2 *seulement*. Ces dernières corrections créent une séparation des états singulets et triplets, qui, par conséquent, est aussi de l'ordre de $(v/c)^2$.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Spectre d'énergie des mésons* μ *provenant de la désintégration des mésons* $\varkappa$. Note de MM. **Louis Michel** et **Raymond Stora**, présentée par M. Louis Leprince-Ringuet.

Le spectre d'énergie des mésons μ, secondaires des mésons $\varkappa$, est calculé en admettant le schéma de désintégration $\varkappa \to \mu + 2\nu$ et une interaction directe; si l'on choisit la « même » que celle qui donne $\mu \to \varepsilon + 2\nu$, on trouve que $\tau_\varkappa$ est entre 10^{-10} et 10^{-9} s.

Des résultats expérimentaux récents sont en faveur de l'existence dans le rayonnement cosmique d'une nouvelle particule chargée de masse 1200 m_e environ appelée méson $\varkappa$ [1] dont la désintégration spontanée au repos produit un méson μ d'énergie variable; il est donc nécessaire d'admettre l'émission de deux particules neutres pour assurer la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement : nous admettons ici qu'il s'agit de deux neutrinos, ce qui donne au méson $\varkappa$ un spin demi entier que nous supposons égal à 1/2.

L'hypothèse que la désintégration $\varkappa \to \mu + 2\nu$ est due à une interaction directe entre les quatre fermions, donne pour le spectre d'énergie $P(u)$ [2] du méson μ provenant de la désintégration d'un méson $\varkappa$ isolé [3] au repos $\left[\text{avec la condition } \tau_\varkappa \int_1^{w} P(u)\,du = 1\right]$:

$$\tau_\varkappa P(u) = \frac{u\sqrt{u^2-1}}{A+\eta B}\left[3(w-u) + \frac{2}{3}\rho\left(4u - 3w - \frac{1}{u}\right) + 3\eta\left(\frac{w}{u} - 1\right)\right],$$

où $\tau_\varkappa$ est la vie moyenne du méson $\varkappa$; u est l'énergie réduite du méson μ

---

(1) O'Ceallaigh, *Phil. Mag.*, **42**, 1951, p. 1032; Crussard, Mabboux, Morellet, Trembley et Orkin-Lecourtois, *Comptes rendus*, **234**, 1952, p. 84; Menon et al., à la réunion de Bristol (18 décembre 1951); Levicetti, Communication privée.

(2) Les calculs sont identiques à ceux de la désintégration $\mu \to \varepsilon + 2\nu$; Tiomno et Wheeler, *Rev. Mod. Phys.*, 21, 1949, p. 144; Michel, *Nature*, Londres, 163, 1949, p. 959; *Proc. Phys. Soc.*, A 63, 1950, p. 514 et 1371.

Il suffit de changer les valeurs des masses dans les spectres obtenus par Michel. Dans le cas $\mu \to \varepsilon + 2\nu$, les coefficients du paramètre η sont négligeables.

(3) Les effets dus à ce que : *a* les mésons $\varkappa^-$ sont sur des orbites de Bohr des noyaux et *b.* qu'un photon peut être émis dans l'accélération de la charge électrique passant de $\varkappa$ à μ sont négligeables. Ils sont inférieurs aux effets correspondants pour $\mu \to \varepsilon + 2\nu$, effets qui ont été calculés par : *a.* Porter et Primakoff, *Phys. Rev.*, 83, 1951, p. 849; *b.* Abragam et Horowitz, *J. Phys. Rad.*, **12**, 1951, p. 952.

avec $1 \leqq u \leqq w = (\chi^2 + \mu^2)/2\mu\chi$; χ, μ, masses des mésons correspondants;

$$A = \frac{1}{8}\left[(2w^2 - 5)\,w\sqrt{w^2 - 1} + 3\,\mathrm{Log}\left(w + \sqrt{w^2 - 1}\right)\right];$$

$$B = \frac{1}{2}\left[(w^2 + 2)\sqrt{w^2 - 1} - 3\,w\,\mathrm{Log}\left(w + \sqrt{w^2 - 1}\right)\right];$$

ρ et η étant deux paramètres, fonctions seulement des constantes de couplage.

Deux cas sont à distinguer :

Premier cas. — Les deux neutrinos émis sont discernables (par exemple par le signe de leur moment magnétique). Alors $0 \leqq \rho \leqq 1$, et pour $0 \leqq \rho \leqq (3/4)$, $(2/3)\rho - 1 \leqq \eta \leqq 1 - (2/3)\rho$, pour $(3/4) \leqq \rho \leqq 1$, $2(\rho - 1) \leqq \eta \leqq 2(1 - \rho)$.

Deuxième cas. — Les deux neutrinos émis sont identiques : ils sont soit deux particules ou deux antiparticules de la théorie des trous de Dirac, ou bien ils sont décrits par la théorie de Majorana suivant laquelle tous les neutrinos sont identiques.

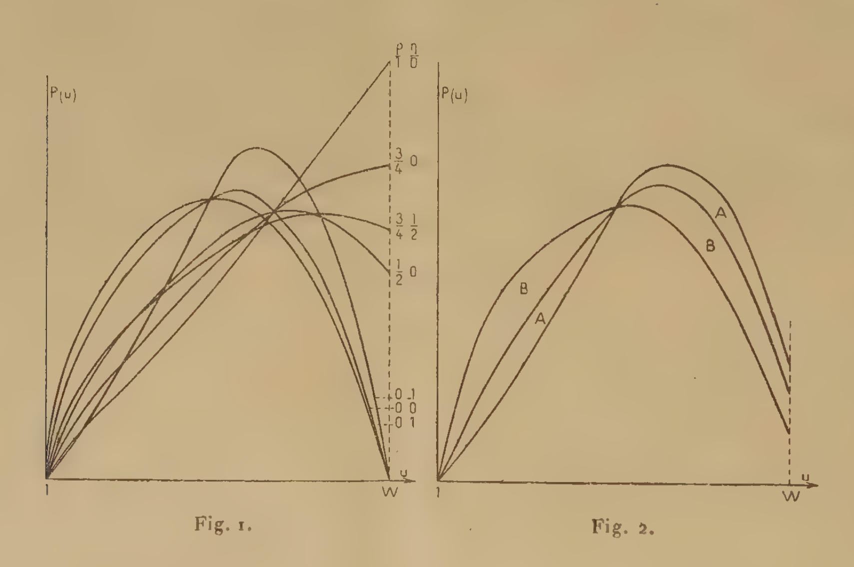


Fig. 1. Fig. 2.

Alors $0 \leqq \rho \leqq (3/4)$ et $2\rho - 1 \leqq \eta \leqq 1 - (2/3)\rho$.

Des exemples de tels spectres sont trouvés sur la figure 1, où les valeurs correspondantes de ρ et η sont indiquées.

En admettant de plus que la « même » [1] interaction directe est responsable

---

[1] Une « même » interaction directe ne peut être définie pour deux ensembles différents de quatre fermions que si l'on admet une correspondance biunivoque entre les particules de ces deux ensembles. Il est cependant pratiquement suffisant de se fixer une correspondance entre paires de particules. *Voir* référence [2], ainsi que Michel : communication au Congrès de Copenhague, juillet 1951, sous presse au *Phys. Rev.* La correspondance $(\chi, \nu) \rightleftharpoons (\mu, \nu) \rightleftharpoons (\varepsilon, \nu)$ est admise ici.

des désintégrations $\varkappa \to \mu + 2\nu$ et $\mu \to \varepsilon + 2\nu$, on déduit à partir de $\tau_\mu = 2{,}15.10^{-6}$ s, les limites suivantes pour $\tau_\varkappa$ en fonction de η :

$\varkappa$ (m_e).	1 080.	1 200.	1 320,
$\eta = 1$	4,6 10^{-10} s	3,0 10^{-10} s	1,4 10^{-10} s
$\eta = 0$	7,2 »	4,6 »	2.1 »
$\eta = -1$	16,8 »	10,0 »	4,1 »

A partir de la valeur expérimentale (0,20) de ρ [5], obtenue pour la désintégration du méson μ et qui est la même ici, les courbes des spectres correspondants pour $\varkappa \to \mu + 2\nu$ passent toutes par un même point, et sont comprises entre deux courbes limites tracées sur la figure 2. Dans le premier cas (neutrinos discernables), l'ensemble des spectres possibles couvre l'aire A + B ; dans le deuxième cas, l'aire B seulement. L'étude expérimentale de ce spectre fournira donc un test assez sensible pour les hypothèses faites dans cette Note.

En admettant la « même » interaction pour la désintégration $\varkappa \to \varepsilon + 2\nu$, les valeurs de $\tau_{\varkappa \to \varepsilon}$ correspondant aux masses choisies pour $\varkappa$, sont respectivement 6,3 ; 3,7 et $2{,}3.10^{-10}$ sec. Cela rend plausible une compétition entre les désintégrations $\varkappa \to \mu + 2\nu$ et $\varkappa \to \varepsilon + 2\nu$.

ACOUSTIQUE. — *Jets gazeux sensibles aux infrasons.*

Note de M. **Maurice Dubois**, présentée par M. Eugène Darmois.

La très vive réaction des « jets sensibles » aux fréquences élevées (sifflements, bruits de clés, etc.) a attiré longtemps l'attention des chercheurs et beaucoup ne se sont pas écartés du domaine des sons aigus.

Dans un récent travail [1], nous nous sommes efforcé d'établir les relations entre les diverses variables (diamètre de l'orifice, vitesse du jet, fréquence du son) pour des jets d'air issus de tubes cylindriques, puis pour d'autres gaz, et ceci en étendant le domaine le plus possible jusqu'aux ultrasons. Des jets lents se sont révélés sensibles aux fréquences les plus basses des sons audibles : 60 ou même moins.

Nous recherchons maintenant des jets sensibles aux infrasons. Les conclusions acquises imposent le choix suivant : gaz à faible vitesse critique d'écoulement, tube assez gros (3 à 4 mm de diamètre), pression très faible, de manière à avoir une vitesse de sortie sensiblement inférieure à la vitesse critique.

---

[5] Lagarrigue et Peyrou, *J. Phys. Rad.*, 12, 1951, p. 848 ($\rho = 0{,}19 \pm 0{,}12$) ; Bramson, Communication privée ($\rho = 0{,}22 \pm 0{,}13$).

[1] M. Dubois, *Publ. scient. et techn. Minist. Air*, n° 249, 1951.

Le butane convient particulièrement en raison de sa faible viscosité cinématique et les jets suivants se sont montrés satisfaisants dans les conditions ci-dessous :

Diamètre (mm).	Vitesse de sortie (cm : s).	Fréquence de vibration.
3,23–3,88	30 à 50	5 à 10

Nous ferons toutefois quelques remarques relativement à ces jets :

1° Ces jets peu rapides sont fortement troublés par les courants d'air, mêmes faibles. Il est utile de les protéger par un manchon de verre de quelques centimètres de diamètre, à la condition que l'orifice du jet ne soit pas enfermé dans le manchon, pour ne pas être soustrait à l'onde incidente.

2° On observe à l'œil nu les mêmes déformations du jet que l'on observe en stroboscopie pour les jets sensibles au son. En effet, pour ces faibles fréquences, la permanence des impressions lumineuses ne joue plus et l'on observe le phénomène dans son détail. Le panache caractéristique n'apparaît plus touffu et massif : c'est une divergence progressive du jet dentelé.

3° L'effet ne paraît plus instantané : au début de l'émission d'onde, on peut suivre les déformations allant de l'orifice au panache.

4° Ces aspects assez différents du « jet sensible » traditionnel pouvaient faire croire à un phénomène distinct, mais l'étude suivie dans tout le domaine audible assure qu'ils sont de même nature.

En pratique, pour la détection des infrasons, les dispositifs habituels ([2]) (flamme de gaz issue d'un grand réservoir sous faible pression) restent plus sensibles.

ÉLECTRICITÉ. — *Un générateur de fluctuations électriques de caractère unipolaire*. Note de M. **Gérard Wlérick**, présentée par M. André Danjon.

J'ai observé que l'effet Bernamont d'une couche mince semi-conductrice peut être dissymétrique dans des cas où les autres propriétés électriques sont symétriques. La Thermodynamique ne s'y oppose pas. J'ai réussi à reproduire et à étudier des couches présentant cette propriété.

Johnson et Nyquist ([1]) ont montré qu'un conducteur *quelconque* est le siège d'une f. é. m. de fluctuation dont la composante spectrale $\overline{e_\nu^2}$, pour la fréquence ν, est

$$\overline{e_\nu^2} = 4kRT, \tag{1}$$

([2]) E. Esclangon, *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 181.

([1]) *Phys. Rev.*, **32**, 1928, p. 97-112.

k, constante de Boltzmann; R, résistance électrique du conducteur; T, température absolue.

Bernamont ([2]) et de nombreux auteurs ([3]) ont mesuré dans les résistances semi-conductrices parcourues par un courant i une tension de fluctuation supplémentaire qu'ils expriment sous la forme

$$\overline{e_\nu^2} \propto \frac{i^m}{\nu^n}, \tag{2}$$

les valeurs de m étant dispersées autour de 2, tandis que n est très voisin de 1 dans la gamme des basses fréquences (par exemple 10 c:s à 10 000 c:s).

J'ai étudié cet effet dans les couches minces, microcristallines et photoconductrices de PbS préparées au laboratoire ([4]). Comme Harris, Abson et Roberts ([5]), j'ai vérifié la formule (2).

Pour certaines couches, l'effet n'était mesurable qu'en intégrant les fluctuations dans une bande large. Avec $\nu_1 = 150$ c:s, $\nu_2 = 6\,000$ c:s, j'ai mesuré

$$\overline{E^2} = \int_{150}^{6000} \overline{e_\nu^2}\, d\nu.$$

J'ai observé que l'effet peut être unipolaire. *Pour certaines couches, ayant des propriétés électriques symétriques, suivant la loi d'Ohm, non photovoltaïques, la grandeur de la fluctuation dépend non seulement de la grandeur du courant, mais de son sens.* Ces couches ont un taux de fluctuation normal. La figure 1 représente, en fonction de la tension appliquée, la fluctuation $\sqrt{\overline{E^2}}$ d'une couche préparée par voie chimique. En l'absence de tension on a la fluctuation théorique. La dissymétrie apparaît avec le courant. On a dans ce cas $m = 1,7$ pour les deux polarités et le rapport des énergies de fluctuation est égal à 2 quand on inverse la tension.

Y a-t-il contradiction avec les principes de la Thermodynamique? Non. Il ne s'agit pas ici d'une fluctuation d'énergie libre comme celle qui provoque l'effet Johnson-Nyquist, mais de la fluctuation de l'énergie empruntée à la source de tension par la résistance. Or la source de tension fournit l'énergie calorifique et par suite l'énergie de fluctuation *à la demande*. Cette dernière peut donc varier quand on renverse le sens du courant, même si la résistance est symétrique.

J'ai réussi à créer cette unipolarité de la fluctuation, en particulier avec des électrodes dissymétriques. La figure 2 montre une couche à trois électrodes :

([2]) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1755 et 2144.

([3]) On trouve une bonne bibliographie dans l'article de Campbell et Chipman, *Proc. Inst. Rad. Eng.*, 37, 1919, p. 938.

([4]) *Diplôme d'Études supérieures*, Paris, 1949.

([5]) *T. R. E. Report*, (Angleterre), 1946, NO.T.2051.

les électrodes 1-3 sont symétriques, les électrodes 1-2 et 2-3 sont dissymétriques. Avec les trois systèmes, la couche suit la loi d'Ohm. Avec 1-3, la fluctuation est symétrique; avec 1-2 (et de même 2-3), elle est dissymétrique

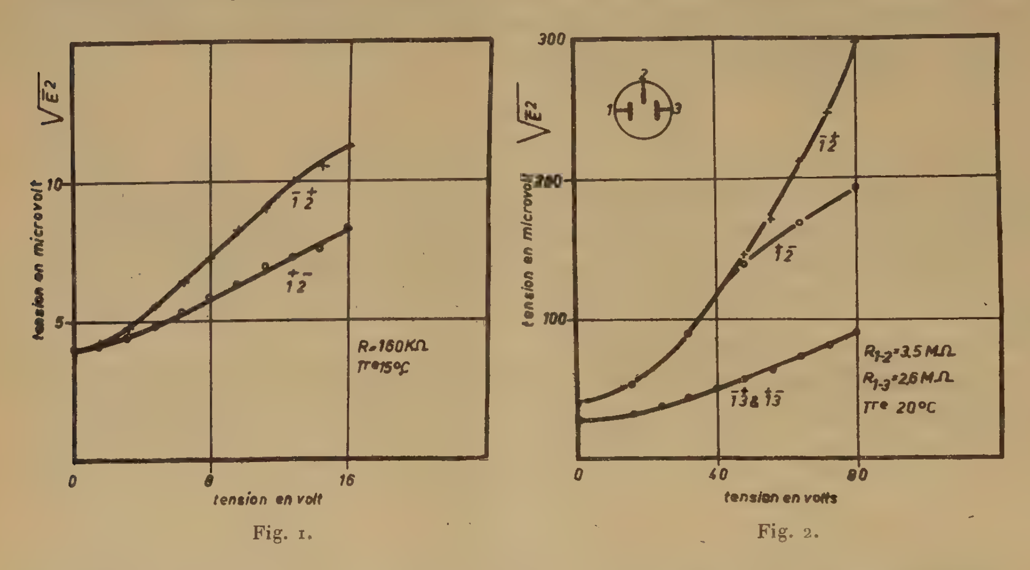


Fig. 1. Fig. 2.

surtout à partir d'une certaine tension. Donc, pour cette couche, les fluctuations comprennent au moins deux composantes dont une dissymétrique. Cette dernière a très probablement sa source au contact couche-électrode dont l'importance est ainsi soulignée.

Je note enfin la sensibilité des phénomènes de fluctuation qui révèlent des dissymétries assez fines pour passer inaperçues par d'autres méthodes telles que les mesures de la conductibilité et de la photoconductibilité.

ÉLECTRICITÉ. — *Fonctionnement d'une lampe à cathode creuse à refroidissement par eau, travaillant en atmosphère d'hélium.* Note (*) de MM. **Jean Roig** et **Maurice Bécart**, présentée par M. Jean Cabannes.

Nous donnons le réseau des caractéristiques de la lampe; le dégazage de la cathode les modifie très nettement.

1. La cathode ([1]) est un cylindre plein en aluminium, percé d'un trou axial de 4 mm de diamètre et 15 mm de profondeur. Pour des pressions de l'ordre du millimètre, la décharge, très brillante, se rassemble sur le trou cathodique. L'atmosphère est constamment régénérée par une circulation de gaz; les

(*) Séance du 10 mars 1952.

([1]) Schüler et Gollnow, *Z. Physik.*, 93, 1935, p. 611; Kopferman, *Kernmomente*, Leipzig, 1940, p. 89; Newbound et Fish, *Canad J. Phys.*, 29, 1951, p. 357.

impuretés, brûlées dans un four à CuO se condensent dans des pièges à air liquide. Si l'on place à l'intérieur de la cathode, des traces d'un sel métallique, la pulvérisation cathodique fait apparaître des raies intenses du métal dans la lumière émise.

Nous avons travaillé en *atmosphère d'hélium, sans métal additionnel*, et avec une cathode d'aluminium, qui ne subit pas la pulvérisation. Nous n'avons pu éviter des traces de mercure dans le spectre.

2. La lampe est alimentée par un transformateur à point milieu ($V_{eff} = 2800$ V). Les deux alternances, redressées par des valves VH 600, chargent un condensateur de $2\,\mu$F. Une résistance R en série avec la lampe évite la production d'arcs.

I, courant continu dans la lampe; V′, tension continue à la sortie de l'alimentation; V, tension aux bornes de la lampe (V est une fonction de I et de p, pression du gaz).

V′ dépend de I [2]; pour un large domaine d'intensité.

$$(1)\qquad V' = V_0 - \rho I, \qquad V_0 = 2500\ \text{V}, \qquad \rho = 21400\ \Omega \quad (\textit{fig. } 1).$$

La relation (1) caractérise le fonctionnement du redresseur, elle est seulement approchée : ainsi V_0 est inférieur à la tension de crête; (1) donne des valeurs de V′ trop faibles pour I voisin de zéro ou I supérieur à 100 mA; on a d'autre part :

$$(2)\qquad V = V' - RI = V_0 - (\rho + R)I.$$

A R constant et p variable, le diagramme $V = f(I)$ donne un réseau de droites concourant au point $I = 0$, $V = V_0$ (*fig.* 1). Les droites tracées sur la figure ont été calculées d'après les valeurs mesurées pour R.

D'autre part les courbes isobares (p = const., R variable) constituent un réseau de droites sensiblement parallèles, dans le domaine de pression où la décharge reste rassemblée (*fig.* 2).

$$(3)\qquad V = a + bI \quad \text{(isobare)},$$

b est pratiquement constant pour l'hélium et voisin ici de 1000 Ω, a est une fonction de p.

3. La figure 3 donne les valeurs de $V = f(p)$ pour $I = 50$ mA; l'allure de la courbe change brusquement pour $p = 2{,}5$ mm.

La cathode avait travaillé 1 heure avant les mesures; les isobares ont été tracées par pressions décroissantes. Pour $p < 2{,}5$ mm, c'est-à-dire à des

---

(2) SURUGUE, *Techn. générales du labo. de Phys.*, 1, Paris, 1947, p. 403.

tensions élevées, le bombardement ionique produit un dégazage énergique de la cathode; l'atmosphère de la lampe au voisinage de la cathode est modifiée, la chute de potentiel cathodique est plus faible que pour l'hélium pur. Par contre la résistance interne de la lampe (coefficient b) dépend peu de la pression d'hélium et du dégazage.

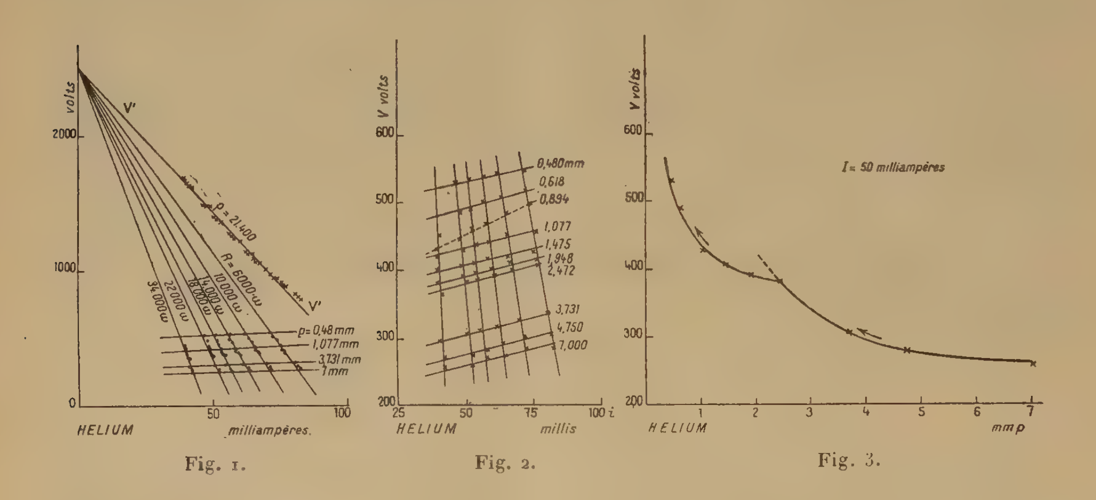


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

La courbe $p = 0,894$ mm est aberrante; vraisemblablement un dégazage plus important a fait varier le paramètre a pendant la variation de I. On se place systématiquement dans ces domaines de fonctionnement pour exciter les spectres de sels métalliques placés dans la cathode.

4. Nous avons confirmé ces résultats en étudiant $V = f(p)$ pour $R = 6\,000\,\Omega$. Quand on opère par pressions décroissantes, on a une courbe analogue à la figure 3; aux basses pressions le dégazage est très énergique et, par suite, la courbe de retour, par pressions croissantes, est au-dessous de la courbe d'aller et présente une variation plus régulière. Après un fonctionnement prolongé à une pression aussi basse que le permet la concentration de la décharge, les courbes d'aller et retour coïncident et ne présentent plus l'anomalie observée sur la courbe 3.

Toutes les mesures ont été faites pour la décharge rassemblée; il n'y a pas discontinuité pour V et I quand la décharge saute hors du trou cathodique (faibles et fortes pressions). Toutefois si V atteint la tension de crête de l'alimentation, la lampe s'éteint brusquement.

Nous donnerons ultérieurement les résultats légèrement différents obtenus avec l'air et l'argon.

MAGNÉTISME. — *Sur l'étude en fonction de la température de rubans minces en mumétal soumis à des champs alternatifs faibles.* Note de MM. **Claude Abgrall** et **Israël Epelboin**, présentée par M. Eugène Darmois.

Les calculs des courants de Foucault appliqués à une substance magnétique continue et homogène ne rendent compte que d'une partie des pertes observées expérimentalement; on a $\rho/\rho_a > 1$ (ρ, résistivité mesurée directement; ρ_a résistivité déduite de la mesure des pertes). Le but de cette Note est d'étudier l'anomalie ρ/ρ_a en fonction de la température dans le cas de rubans minces en mumétal au molybdène recuits à 1100°.

Pour certains rubans de mumétal relativement épais (quelques dixièmes de millimètre), ρ/ρ_a ne dépasse guère 1,6 et peut être expliqué en grande partie par une variation de la perméabilité dans l'épaisseur du ruban; cette variation a été appelée texture magnétique macroscopique et elle est assimilable à une fonction continue $\mu(x)$. Mais au-dessous d'une certaine épaisseur (quelques centièmes de millimètre), nous avons trouvé que ρ/ρ_a augmente dans de grandes proportions quel que soit le procédé d'amincissement du ruban; par exemple, dans le cas d'un ruban laminé de 3 μ, on a observé $\rho/\rho_a = 18$ et il en est de même si l'on utilise le polissage électrolytique. Le tableau I indique les résultats relatifs à un même ruban aminci par des polissages électrolytiques successifs après le traitement thermique. L'augmentation très grande de ρ/ρ_a montre que la structure magnétique dans l'épaisseur du ruban se modifie à mesure qu'on l'amincit et ceci se traduit d'ailleurs par un léger accroissement de ρ.

Tableau I.

$2e(\mu)$....	42	24,7	21	17,7	14	11
a........	15 900	15 300	15 400	15 600	16 200	15 200
$\frac{\rho}{\rho_a}$........	1,28	1,74	2,06	2,42	3,11	4,9

Cependant, les accroissements considérables de ρ/ρ_a ne sont pas accompagnés de variations notables de la constante de traînage de Jordan. L'ordre de grandeur de ρ/ρ_a écarte la possibilité d'assimiler la texture à une fonction continue; en effet, la contribution à ρ/ρ_a d'une texture macroscopique $\mu(x)$ serait

$$\frac{\rho}{\rho_a} = \frac{3}{e^3 \mu_m^2(e)} \int_0^e \mu_m^2(x) x^2 \, dx$$

[$2e$, épaisseur du ruban; $\mu_m(x)$, perméabilité moyenne dans l'épaisseur $2x$]. Pour des épaisseurs de l'ordre de 10 μ, une fonction continue n'est alors plus compatible avec la structure des domaines élémentaires étant donné les valeurs expérimentales de ρ/ρ_a. Par exemple pour la texture proposée par

K. Polivanov et vérifiée pour des rubans épais [1] $\mu(x) = \mu_0(1 + x/e)^{-2}$, $t > 0$, on a $\rho/\rho_a < 3$. Pour $t = 100$, $\rho/\rho_a = 2{,}81$ et $\mu(x)/\mu_0 = 1/2$, soit $x = 2 . 10^{-2}$ μ si $2e = 10$ μ : cela correspond à des dimensions inférieures à l'épaisseur des parois de Bloch et il est nécessaire de tenir compte de l'effet démagnétisant de la surface [texture de forme, indiquée dans une précédente Note [2]].

Pour départager l'influence du traînage magnétique et de la texture de forme, nous avons étudié les rubans dans un large domaine de température. Nous donnons ici deux résultats expérimentaux obtenus par l'un de nous [3] et exprimés à l'aide de perméabilités effectives $\mu_1 - j\mu_2 = |\mu| e^{-j\alpha}$.

1° *Ruban d'épaisseur* 10 μ *obtenu par amincissement électrolytique* d'un ruban laminé de 50 μ et recuit par la suite (perméabilité initiale à 20° : 2 000 à 3 600. Le noyau du type self-inductance travaillant en impulsion en H. F. d'un poids de 20 mg [4]) comporte plusieurs spires de ruban. La loi de Rayleigh $\mu_a = a + 2bH_1$ et la relation potentielle $b = ka^m$ sont vérifiées (pour un échantillon, on a $b = a^{1,4}/120$ entre — 150° et + 20°). L'anomalie ρ/ρ_a, relativement importante (ne dépassant pas 2,6), varie peu avec la température : elle augmente à peine de 15 % entre — 170° et + 150°, tandis que a augmente de 100 % et plus. Les courbes faisant intervenir tg α, μ_1/a, μ_2/a conservent la même allure dans tout l'intervalle de température, allure différente de celle prédite par la théorie classique : par exemple, celle-ci ne permet la linéarité de tg α en fonction de la fréquence que jusque tg α = 0,4, alors qu'on l'observe encore pour tg α = 0,8.

2° *Ruban laminé, de* 59 μ *d'épaisseur*, obtenu à partir de produits particulièrement purs, recuit comme précédemment ($a = 15\,000$). Le noyau comporte une seule spire.

L'anomalie ρ/ρ_a est peu importante (inférieure à 1,3) et varie peu avec la température (tableau II). On observe les particularités suivantes : *a.* les courbes μ_1/a, μ_2/a en fonction de la fréquence correspondant à des températures échelonnées entre + 15° et — 100° sont différentes alors que ρ/ρ_a conserve la même valeur; *b.* à — 126°, ρ/ρ_a prend une valeur qui s'écarte de façon non négligeable (7 %) de la valeur déduite par continuité des autres températures.

Tableau II.

t(°C)	+ 15°	— 53°	— 98°	— 126°	— 160°	— 180°
a	13 100	8 040	5 850	5 050	4 200	3 500
$\frac{\rho}{\rho_a}$	1,29	1,29	1,29	1,21	1,25	1,27

(1) I. Epelboin et A. Marais, *Comptes rendus*, **228**, 1949, p. 1110.

(2) *Comptes rendus*, **233**, 1951, p. 358.

(3) C. Abgrall, *Diplôme d'Études supérieures*, Paris, novembre 1951.

(4) *Rev. du Nickel*, n° 1, 1952, p. 11.

Il sera montré par ailleurs que ces particularités pourraient être attribuées à l'accroissement de l'énergie magnétocristalline aux basses températures, car elle modifie la durée de stabilisation de la diffusion par l'intermédiaire de couplages magnétocristallins (5).

Les courbes $\mu(t)/\mu(t_0)$ (t_0 fixe) relevées pour plusieurs épaisseurs d'un même anneau aminci électrolytiquement ne sont pas superposables. Pour modifier considérablement la durée de stabilisation de la diffusion, nous avons soumis l'échantillon à un cycle de température entre $-180°$ et $+20°$; la perméabilité diminue de l'ordre de 15 % pour croître ensuite lentement à température constante ($-110°$). Ceci est indépendant de l'anisotropie magnétique qui crée la texture de forme puisque le phénomène subsiste une fois les 2/3 de l'épaisseur du ruban enlevée; quant à l'anisotropie de tension, sa contribution semble négligeable, car le ruban étudié a une magnétostriction très faible. La résistivité donne lieu à des phénomènes analogues.

MAGNÉTISME. — *Étude thermomagnétique des amidosulfonates de nickel, de cobalt et de fer : ions divalents.* Note de MM. **Nicolas Perakis** et **Triphon Karantassis**, présentée par M. Gaston Dupouy.

I. Dans les sels étudiés jusqu'ici les moments magnétiques des ions Ni^{II}, Co^{II} et Fe^{II} sont supérieurs aux moments théoriques de spin. La participation de l'orbite au moment est loin d'être négligeable.

On obtient, au contraire, pour les trois ions, surtout pour Ni^{II} et Fe^{II}, des moments peu différents des moments théoriques de spin en utilisant l'amidosulfonate $[NH_2SO_3]M$. Ces composés, que l'on peut obtenir très purs, sont très stables à la température ordinaire.

II. Pour les mesures magnétiques, on a utilisé la méthode d'attraction dans un champ non uniforme. On a pris SO_4Ni, $SO_4(NH_4)_2$, $6H_2O$ comme substance étalon, avec $\chi.10^6 = 10,8$ à 20°C. L'intervalle de température exploré s'étend de la température ordinaire à celle de l'azote liquide.

Le diamagnétisme du reste de la molécule, χ_R, a été déduit de l'étude de $NH_2SO_3K = 135,2$, pour lequel on a trouvé un coefficient d'aimantation $\chi = -0,40_0.10^{-6}$. D'où $\chi_M = -54,1.10^{-6}$, et, en posant (1) $\chi_{K+} = -16,5.10^{-6}$, $\chi_R = -2 \times 37,6.10^{-6} = -75,2.10^{-6}$.

Le tableau ci-après traduit les résultats de l'étude thermomagnétique des amidosulfonates de nickel, de cobalt et de fer.

---

(5) L. Néel, *Le trainage magnétique*, (XXVIIe *Colloque C. N. R. S.*, Grenoble, 1950).

(1) P. Weiss, *J. de Physique*, 1930, **1**, p. 185.

Substance.	T.	$\chi_M \cdot 10^6$.	θ.	C_A.	p_m.	p_s.
$[NH_2SO_3]_2Ni = 250,9$...	289,2	3256	0	0,964	2,79	2,83
	274,4	3419				
	250	3806				
	210	4515				
	84	11419				
$[NH_2SO_3]_2Co = 251,1$...	290,0	8113	−16	2,505	4,49	3,87
	288,0	8144				
	274,4	8563				
	204	11421				
	84	24744				
$[NH_2SO_3]_2Fe = 248,0$...	291,3	9156	−4	2,729	4,69	4,90
	288,8	9270				
	273,6	9724				
	252	10488				
	209	12856				
	84	30955				

T température en degrés absolus, χ_M coefficient d'aimantation moléculaire non corrigé, θ point de Curie, C_A constante de Curie atomique, p_m moment mesuré et p_s moment théorique de spin, exprimés en magnétons de Bohr.

3. La différence entre les moments dans les sels étudiés jusqu'ici (en général simples) d'une part, les amidosulfonates, d'autre part, voisine de 0,5 μ_B, paraît trop faible pour résulter de la présence de liaison de coordination dans les amidosulfonates. Cette diminution du moment peut seulement signifier que le couplage orbite-spin est détruit et que le moment orbital est bloqué. Dans le composé du cobalt l'orbite ne serait pas bloquée de façon complète, le moment observé étant de 14 % supérieur au moment théorique de spin (constante de Curie déterminée à 1 % près).

Par contre, les moments observés dans les composés du nickel et du fer (constantes de Curie déterminées à 6 et 9 millièmes près respectivement) sont légèrement inférieurs aux moments de spin. La différence avec ce dernier, de 4 % environ, dépasse nettement les erreurs d'expérience.

Un déficit de moment comparable à celui qui se manifeste ici à été signalé à diverses reprises pour des composés anhydres. Par exemple, les moments ioniques du manganèse dans $MnCl_2$ et du fer dans $FeCl_3$ ont pour valeur 5,78, alors que le nombre théorique est 5,92. Dans les mêmes chlorures hydratés ou dissous, on retrouve une valeur très voisine du nombre théorique [2].

Si l'effet observé résulte réellement du blocage des orbites, il décèle, l'existence de champs cristallins très marqués dans les amidosulfonates, et l'on peut s'attendre à des anisotropies magnétiques dans ces composés.

---

[2] A. LALLEMAND, *Thèse*, Strasbourg, 1934 et *Ann. de Phys.*, 3, 1935, p. 97.

PIÉZOÉLECTRICITÉ. — *Une mesure simple des caractéristiques d'un cristal de quartz.* Note de M. **Jean Coulon**, présentée par M. Camille Gutton.

La méthode proposée par l'auteur, ramène les mesures au tracé de la courbe de dérive d'un oscillateur par rapport à une fréquence fixe, à celui d'une courbe de tension, à une mesure de capacité et une mesure d'impédance.

Les diverses opérations se font simplement avec du matériel courant.

Considérons l'oscillateur Pierce représenté sur la figure 1. Le cristal de quartz a été représenté par son schéma électrique équivalent.

Nous avons montré par ailleurs ([1]), ([2]) que pour un quartz résonnant à la fréquence f_0, on était, dans une certaine mesure, maître de la fréquence de l'oscillateur. Celle-ci varie autour de la pseudorésonance, dont la fréquence est la moyenne arithmétique entre les fréquences de résonance et d'antirésonance. L'organe de commande de fréquence est la capacité variable C_3.

Si l'on effectue un battement entre un tel oscillateur et un oscillateur fixe stable, quelconque *a priori*, on peut tracer une courbe de dérive de fréquence, en fonction de la capacité C_3.

Soient Δf_1, Δf_2, Δf_3 les dérives pour trois valeurs C_{3_1}, C_{3_2}, C_{3_3} de la capacité C_3 et f_1, f_2, f_3 les dérives correspondantes, par rapport à la résonance propre du quartz. En posant :

$$\Delta f_2 - \Delta f_1 = \varphi_2, \qquad \Delta f_3 - \Delta f_1 = \varphi_3$$

on a

$$f_2 = f_1 - \varphi_2, \qquad f_3 = f_1 - \varphi_3.$$

Or l'étude analytique de l'oscillateur montre que la dérive de fréquence par rapport à la résonance, s'exprime par une expression de la forme :

$$f = \frac{f_0 \theta C_1}{2C_3 + 2\theta C_0}, \tag{1}$$

θ étant un coefficient dû à la présence de la lampe. L'examen de l'expression précédente permet de calculer tout d'abord :

$$f_1 = \frac{\varphi_2 \varphi_3 (C_{3_3} - C_{3_1})}{\varphi_3 (C_{3_2} - C_{3_1}) - \varphi_2 (C_{3_3} - C_{3_1})} \tag{2}$$

et de vérifier que la courbe de dérive que l'on tracerait par le calcul, diffère très peu de celle relevée directement, ce qui constitue une justification de la méthode.

([1]) J. Coulon, *Thèse Ingénieur-Docteur*, Faculté des Sciences de Toulouse, 1948, p. 10.

([2]) J. Coulon, *Conférence au Congrès de Radioélectricité de la Société des Radioélectriciens* (non publiée).

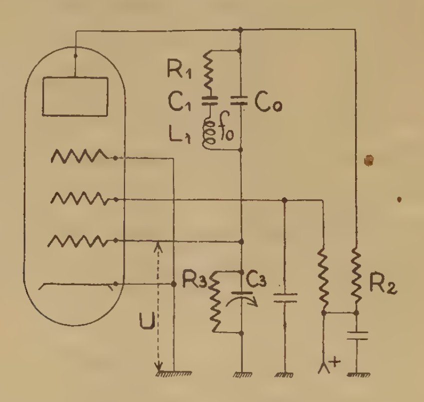
Si l'on cherche analytiquement l'expression qui donne la valeur de la tension U, on trouve l'expression :

$$u = -\frac{A}{C_3} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\sigma_0^2} - \left(\frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_3}\right) e^{j(\omega_0+\Delta\omega)t}} \tag{3}$$

dans laquelle $\Delta\omega = 2\pi f$, A est une constante, et σ_0^2 est le nombre que nous avons déjà utilisé ([3]), tel que

$$1 - L_1 C_1 \omega^2 = \frac{1}{r}(\sigma_0^2 - 1),$$

avec $r C_1 = C_0$, C_0 étant la capacité interarmatures y compris les capacités parasites dues au montage.



On montre que la tension est une fonction de la dérive, et que la combinaison des relations (I) et (III) permet de calculer

$$\text{(IV)} \qquad r = \frac{f_0[C_{3_2} f_2 - C_{3_1} f_1]}{2 f_1 f_2 (C_{3_2} - C_{3_1})} \qquad \text{et} \qquad C_0 = 2r \frac{f_1 f_2}{f_0 \varphi_2}(C_{3_2} - C_{3_1}).$$

On peut donc calculer immédiatement la première constante caractéristique C_1.

La valeur calculée de C_0 diffère notablement de la valeur vraie correspondant au quartz libre. La mesure de C_0 vraie s'effectue à l'aide d'un capacimètre convenable ou d'un pont, à une fréquence très différente de la fréquence de résonance ([4]).

Puis on effectue, en un point arbitraire de la courbe de résonance, une mesure des composantes R_χ et S_χ de l'impédance équivalente au quartz, par une méthode de surtension.

Nous avons déjà montré ([3]), que les coordonnées R et S d'un point du dia-

---

([3]) J. Coulon, *Comptes rendus*, 234, 1952, p. 1138.

([4]) E. Fromy, *Mesures en Radioélectricité*, 1948, p. 383.

gramme circulaire sont liées à R_χ et S_χ par

$$R = C_0 \omega R_\chi, \qquad S = C_0 \omega S_\chi.$$

Il est alors possible de tracer le diagramme circulaire, puisqu'on connaît le point M(R, S), la direction du diamètre, et le point de contact avec l'axe des S.

L'échelle étant connue, puisqu'on connaît un point invariant du diagramme (point de contact avec l'axe des S), on peut mesurer à l'échelle le diamètre

$$\lambda = \frac{Q}{r_{\text{vrai}}}, \qquad \text{avec} \quad r_{\text{vrai}} = \frac{C_{0\,\text{vrai}}}{C_{1\,\text{cal}}}.$$

On calcule alors le coefficient de surtension Q.

Disposant des valeurs de Q et de C_1, on trouve les autres caractéristiques R_1 et L_1 par les relations

$$R_1 = \frac{1}{QC_1\omega}, \qquad L_1 = \frac{QR_1}{\omega_0}.$$

OPTIQUE. — *Répartition des éclairements dans l'image d'un point formée par un instrument à écran diffusant parfait.* Note de M. **Michel Cagnet**, présentée par M. Jean Cabannes.

Étude des images successives formées par deux systèmes optiques parfaits, la première image étant reçue par un écran diffusant parfait.

Nous calculons par double intégration la répartition des éclairements dans l'image d'un point lumineux,

L'instrument à écran diffusant comprend : 1° un système « objectif » S_1 formant l'image $\varphi'\beta'$ de l'objet visé $\varphi\beta$ sur l'écran ; 2° un écran travaillant par réflexion ou transmission ; 3° un système « oculaire » S_2 projetant sur le récepteur R l'image définitive $\varphi''\beta''$.

Le diffuseur obéit à la loi de Lambert, son grain est négligeable, deux points voisins sont des sources incohérentes.

Les systèmes S_1 et S_2 sont supposés dépourvus d'aberrations et diaphragmés par des pupilles carrées de côté a et b. Calculons la distribution des éclairements sur le récepteur.

Un point objet à l'infini sur l'axe de l'instrument a pour image, dans le plan focal objectif P, une tache de diffraction. Chaque point de cette tache se comporte comme une source incohérente d'intensité connue et aura pour image dans le plan du récepteur R une tache de diffraction élémentaire. L'intensité résultante en un point de R est la somme des intensités dues aux diverses taches élémentaires.

Rapportons le plan P à deux axes de coordonnées rectangulaires φ'_α, φ_β.

L'éclairement $E(\alpha, \beta)$ diffracté au point $A'(\alpha, \beta)$ est

$$E(\alpha, \beta) = a^4 \left(\frac{\sin \frac{\pi a \alpha}{\lambda F}}{\frac{\pi a \alpha}{\lambda F}} \right)^2 \left(\frac{\sin \frac{\pi a \beta}{\lambda F}}{\frac{\pi a \beta}{\lambda F}} \right)^2.$$

Découpons autour du point A' un élément de surface ds de dimensions $d\alpha$, $d\beta$. L'éclairement y est constant et a pour valeur $E(\alpha, \beta)$. Il constitue pour le système S_2 un objet de luminance $L_{(A')} = E(\alpha, \beta)/\pi$ et d'intensité $I(\alpha, \beta) = E/\pi\, ds$, en négligeant le facteur de transmission ou de réflexion de l'écran. S_2 donnera comme image de cet élément située dans le plan du récepteur R rapporté aux axes $\varphi''\mu$, $\varphi''\nu$ une tache de diffraction centrée sur l'image géométrique $A''(\mu, \nu)$ de A'.

L'éclairement dE' produit en un point $B(\mu_0, \nu_0)$ par l'élément ds est

$$dE' = b^4 \left[\frac{\sin \frac{\pi b(\mu - \mu_0)}{\lambda f'_0}}{\frac{\pi b(\mu - \mu_0)}{\lambda f'_0}} \right]^2 \left[\frac{\sin \frac{\pi b(\nu - \nu_0)}{\lambda f'_0}}{\frac{\pi b(\nu - \nu_0)}{\lambda f'_0}} \right]^2 L_{(A')}.$$

L'éclairement total au point B sera :

$$E' = k \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin X}{X}\right)^2 \left(\frac{\sin Y}{Y}\right)^2 \left[\frac{\sin K(X - X_0)}{K(X - X_0)}\right]^2 \left[\frac{\sin K(Y - Y_0)}{K(Y - Y_0)}\right]^2 dX\, dY,$$

k désignant un facteur de proportionnalité,

$$X = \frac{\pi a \alpha}{\lambda F}, \qquad Y = \frac{\pi a \beta}{\lambda F}, \qquad X' = \frac{\pi b \mu}{\lambda f_0}, \qquad Y' = \frac{\pi b \nu}{\lambda f_0}$$

X_0 et Y_0 les valeurs de X et Y obtenues pour $\mu = \mu_0$, $\nu = \nu_0$ sachant que $X' = -KX$ et $K = b\mathcal{G}/a$; $\mathcal{G}$, grossissement de l'appareil $\mathcal{G} = F/f$; F, distance focale de S_1; f, f'_0, abscisses des plans P et R rapportés aux points principaux de S_2.

Pour calculer E' nous devrons distinguer deux cas :

$$(0 < K \leq 1),$$

$$E' = \frac{k}{X_0^2 Y_0^2}\left[1 + K - (1 - K)\cos 2KX_0 - \frac{\sin 2KX_0}{X_0}\right]\left[1 + K - (1 - K)\cos 2KY_0 - \frac{\sin 2KY_0}{Y_0}\right],$$

$$(1 \leq K < +\infty),$$

$$E' = \frac{k}{X_0^2 Y_0^2} \left[K(1 - \cos 2X_0) + 1 + \cos 2X_0 - \frac{\sin 2X_0}{X_0}\right] \times \left[K(1 - \cos 2Y_0) + 1 + \cos 2Y_0 - \frac{\sin 2Y_0}{Y_0}\right].$$

X_0 peut prendre la forme $X_0 = \pi\omega\mu_0/\lambda f_0$, où ω désigne la dimension qu'aurait la pupille de sortie si l'écran diffusant n'existait pas.

K peut s'écrire $K = \omega/a$; K est le rapport entre les dimensions de la pupille « oculaire », l'écran diffusant étant employé ou non.

En désignant par E'_0 l'éclairement au centre de la tache, nous avons pu tracer un tableau de valeurs du rapport E'/E'_0 en fonction de K.

$\frac{K}{X}$....	0,1.	0,5.	1.	1,5.	5.	10.	25.	50.	∞.
0.....	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\frac{\pi}{2}$.....	0,9922	0,8398	0,6079	0,5211	0,4342	0,4193	0,4107	0,4065	0,4053
$\frac{3\pi}{4}$....	0,9829	0,6715	0,3275	0,2258	0,1239	0,1064	0,0965	0,0932	0,0901
π.....	0,9685	0,4863	0,1520	0,08685	0,0217	0,0105	0,0041	0,0020	0,0000
$\frac{3\pi}{2}$....	0,9301	0,1850	0,0675	0,0579	0,0482	0,0466	0,0456	0,0453	0,0450
2π....	0,8785	0,0601	0,0379	0,0217	0,0054	0,0026	0,0010	0,0005	0,0000
$\frac{5\pi}{2}$....	0,8156	0,0534	0,0243	0,02084	0,017	0,0168	0,0164	0,0162	0,0162
3π....	0,7437	0,0540	0,0169	0,0096	0,0024	0,0012	0,0005	0,0002	0,0000

Lorsque K tend vers l'infini; E'/E'_0 tend vers $(\sin X/X)^2$, ce qui est la distribution des éclairements dans le cas d'un instrument sans écran diffusant.

La forme de la tache de diffraction est profondément modifiée par l'emploi d'un écran diffusant. Le nombre des « anneaux » noirs peut être modifié, ils disparaissent même pour $K = 1$,

Pour des valeurs de $K > 1,5$, le nombre des « anneaux » est le même que dans le cas d'un instrument sans écran, mais leur position a varié, la tache est plus large et les minima ne sont plus nuls.

Si l'on compare deux instruments de même grossissement, l'un avec écran, l'autre sans, la dimension de la pupille d'entrée étant la même, la tache de diffraction obtenue à l'aide de l'instrument à écran est moins favorable à la vision instrumentale que celle obtenue avec l'instrument sans écran.

OPTIQUE INSTRUMENTALE. — *Phénomène de diffraction dans l'image de deux points lumineux en lumière cohérente.* Note de M. **Albert Arnulf**, Mlle **Odette Dupuy** et Mlle **Françoise Flamant**, présentée par M. Jean Cabannes.

Nous nous proposons de décrire certains aspects particuliers présentés par la diffraction dans l'image d'un couple de points éclairés en lumière cohérente, sur lesquels il ne semble pas que l'attention ait été attirée jusqu'ici.

Nous avons utilisé le montage expérimental suivant :

Deux petits trous identiques dont la distance est variable et connue, sont placés à 1,50 m de l'observateur. Leur diamètre apparent individuel est de l'ordre de 0,15 minute d'arc. Ils sont éclairés par un trou, ou une

fente perpendiculaire à la ligne qui les joint, sur lesquels on projette l'image d'une lampe très brillante (Philips SP 500).

La cohérence de l'éclairage des trous, pour une largeur de source déterminée, dépend de leur distance. On s'assure dans chaque cas qu'elle est pratiquement complète en réglant la largeur de la source, de manière que les franges d'Young formées dans le plan de la pupille d'entrée de l'œil ou de l'instrument aient atteint le contraste maximum.

L'observation est effectuée en réduisant le diamètre de la pupille d'entrée de l'œil à une valeur très petite (en fait, 0,16 mm), en sorte que l'image formée sur la rétine soit une image de diffraction pure de grand diamètre apparent, non perturbée par les défauts optiques de l'œil. Le disque d'Airy a, dans ces conditions, un diamètre apparent de 14 minutes d'arc et s'observe facilement.

Nous considérons les deux cas extrêmes suivants :

1° Le milieu d'une frange blanche d'Young passe par le centre de la pupille. Lorsque l'on rapproche progressivement les deux points objets, on constate qu'un peu avant le contact des disques d'Airy, les parties en regard se déforment en tendant l'une vers l'autre, puis se rejoignent. Si l'on examine la répartition des éclairements dans la pupille au moment où la limite de résolution est atteinte, on constate que la pupille admet la totalité de la frange blanche, plus une petite fraction des franges situées de part et d'autre et dont l'amplitude est de sens contraire. La limite de résolution dans ce cas a été calculée par Hopkins (¹). Nous indiquerons prochainement les valeurs expérimentales.

2° Le milieu d'une frange noire d'Young passe le centre de la pupille. Lorsque l'on rapproche progressivement les deux points objets, l'effet constaté au voisinage du contact des disques d'Airy est inverse du précédent. Les parties en regard des taches s'écrasent comme si elles se repoussaient. Dès que la distance des points devient inférieure à la limite de résolution obtenue en 1°, la variation de la distance des centres des points images ne suit plus l'optique géométrique, mais varie beaucoup plus lentement.

Soit R le rapport de la distance D des points objets à la distance D_0 qui correspond à la limite de résolution obtenue en 1°, R′ le rapport de la distance mesurée D′ des centres des taches de diffraction à la distance des points objets, R″ le rapport D'/D_0. On a

R........	1	0,85	0,70	0,55	0,40	0,25	0,15
R′........	1,14	1,31	1,55	1,92	2,70	4,04	6,75
R″........	1,14	1,11	1,09	1,06	1,07	1,01	1,01

L'image est analogue à un disque d'Airy qui serait divisé en deux parties

(¹) *Sc. J. Roy. Col. Sc.*, 20; Ph. D. H. H. Hopkins, *Proc. Roy. Soc.*, A, 208, 1951.

par une plage noire; son intensité décroît rapidement avec la distance des points. En allant jusqu'à la plus petite intensité perceptible en vision diurne, nous avons constaté le maintien de cette séparation pour une distance des points dix fois plus petite que celle qui correspond à la limite de résolution du faisceau axé sur la frange blanche. Si l'on masque l'un des deux points objets, on voit réapparaître le disque d'Airy correspondant avec son intensité normale, beaucoup plus forte.

Dans ces conditions, le centre de la pupille correspond à l'amplitude nulle des franges d'Young, et de part et d'autre, les amplitudes ont la même répartition, avec des signes contraires. Lorsque les points objets se rapprochent, les franges s'élargissent et le flux traversant la pupille diminue, mais la répartition des amplitudes a la même forme. Il n'y a pas d'autre limite à ce mode particulier de séparation des points autre que celle provenant de la trop faible intensité de l'image.

Mais il est essentiel de noter que ce cas est très différent de celui du pouvoir séparateur au sens ordinaire. La double image observée se constate, en effet, toutes les fois que l'amplitude change de sens à l'intérieur de la pupille, par exemple si l'on est axé sur un des anneaux sombres de la tache de diffraction d'un point lumineux éclairé en lumière cohérente. La mesure de la distance de deux points ou de deux lignes dont la distance est inférieure à la limite de résolution classique nécessiterait d'abord la connaissance de la nature de l'objet, ensuite la mesure de l'intensité de l'image.

Le passage progressif d'un des cas extrêmes considérés à l'autre produit un passage progressif d'un phénomène de diffraction à l'autre. La limite de résolution variera beaucoup avec la direction de l'éclairage, comme nous le montrerons dans une prochaine Note.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Mesure de la période de* ^{79}Kr.

Note (*) de M. **Pierre Radvanyi**, présentée par M. Frédéric Joliot.

La décroissance de ^{79}Kr, obtenu par la réaction Br(d, 2n), a été suivie pendant plus de 6 périodes avec une chambre d'ionisation associée à un électromètre à fil. On décrit la méthode utilisée pour séparer le krypton actif. La valeur trouvée pour la période est de (34,5 ± 0,2) h.

A l'occasion d'une étude en cours sur $^{79}_{36}$Kr, nous avons pu préciser la période de cet isotope.

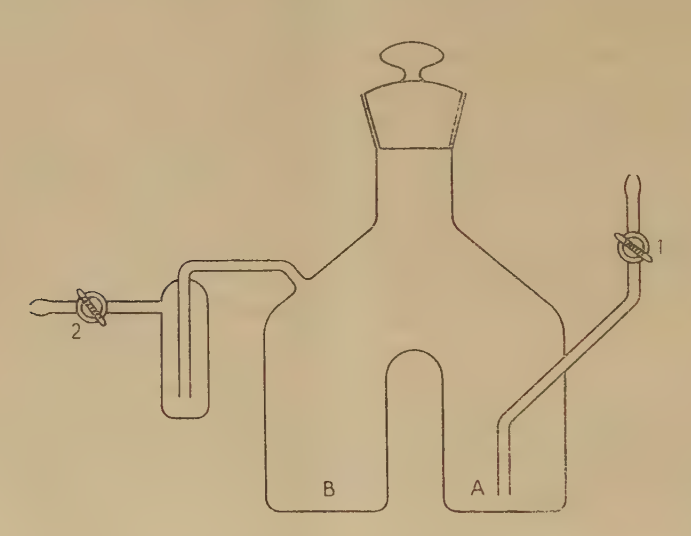
Snell, le premier, en 1937 [1], observa une activité du krypton d'environ 18 heures. La détermination la plus précise de cette période était jusqu'à pré-

(*) Séance du 25 février 1952.

[1] *Phys. Rev.*, 52, 1937, p. 1007.

sent de 34,5 ± 1 h (2). D'autres auteurs ont indiqué 34 h et ont montré qu'il s'agissait de l'isotope 79 de Kr (3).

Nous avons obtenu ^{79}Kr par la réaction $^{79}_{35}$Br (*d*, 2 *n*) $^{79}_{36}$Kr en irradiant un peu de poudre de NaBr avec les deutons sortant de la chambre du cyclotron du Collège de France, ayant donc une énergie d'environ 6 MeV, soit légèrement au-dessus du seuil de la réaction (4). Le krypton actif a été séparé en procédant par la méthode de dissolution sous vide (5). Pour cela nous avons utilisé un appareil spécial en verre représenté sur la figure : on introduit par un entonnoir la poudre irradiée dans la partie A de l'appareil et l'on remplit la partie B avec une solution de NaOH à 0,01 N. On ferme le bouchon rodé et le robinet 1 et l'on fait le vide par 2. On ferme ensuite 2 et l'on fait passer le liquide de B en A en inclinant l'appareil. Le sel se dissout assez rapidement et le krypton actif, occlus dans les cristaux, est libéré.



L'appareil est relié par l'intermédiaire d'un tube desséchant à la chambre d'ionisation préalablement vidée, et l'on remplit celle-ci avec de l'air, par le robinet 1, qui entraîne le krypton (dans nos expériences la quantité de krypton actif était de l'ordre du dixième de microcurie).

Nous avons utilisé la chambre d'ionisation construite par J. Martelly (6); cette chambre est reliée à un électromètre à fil de type Pohl placé directement au-dessus d'elle. La sensibilité de cet instrument n'a pas varié de plus de 1/200

---

(2) E. C. Creutz, L. A. Delsasso, R. B. Sutton, M. B. White et W. H. Barkas, *Phys. Rev.*, 58, 1940, p. 481.

(3) L. L. Woodward, D. M. Mc Cown et M. L. Pool, *Phys. Rev.*, 74, 1948, p. 761.

(4) E. T. Clarke et J. W. Irvine Jr, *Phys. Rev.*, 66, 1944, p. 231.

(5) S. C. Brown, J. W. Irvine Jr et M. S. Livington, *J. Chem. Phys.*, 12, 1944, p. 132.

(6) *Ann. Phys.*, 2, 1947, p. 564.

pendant la durée des mesures. La décroissance de ^{79}Kr a été suivie pendant neuf jours et nous avons trouvé pour la période la valeur de (34,5±0,2) heures. Ce résultat est en bon accord avec celui de Creutz et al. ([2]), mais la précision obtenue est meilleure.

RAYONS COSMIQUES. — *Observation des gerbes de Rossi avec une chambre de Wilson.* Note (*) de MM. **Jean Daudin** et **Tsai-Chü**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Utilisés seuls, les compteurs donnent des renseignements parfois ambigus sur la structure des phénomènes : nous avons donc disposé les compteurs à l'intérieur d'une chambre de Wilson et appliqué d'abord cette technique aux gerbes de Rossi classiques. Dans la chambre (profondeur utile 8 cm) nous avons disposé un écran de plomb épais de 15 mm à 12 cm au-dessus d'un berceau composé de trois petits compteurs de 6 cm² chacun (*fig.* 1). Les coïncidences de ces trois compteurs commandaient la détente de la chambre située à l'Observatoire du Pic du Midi (2860 m).

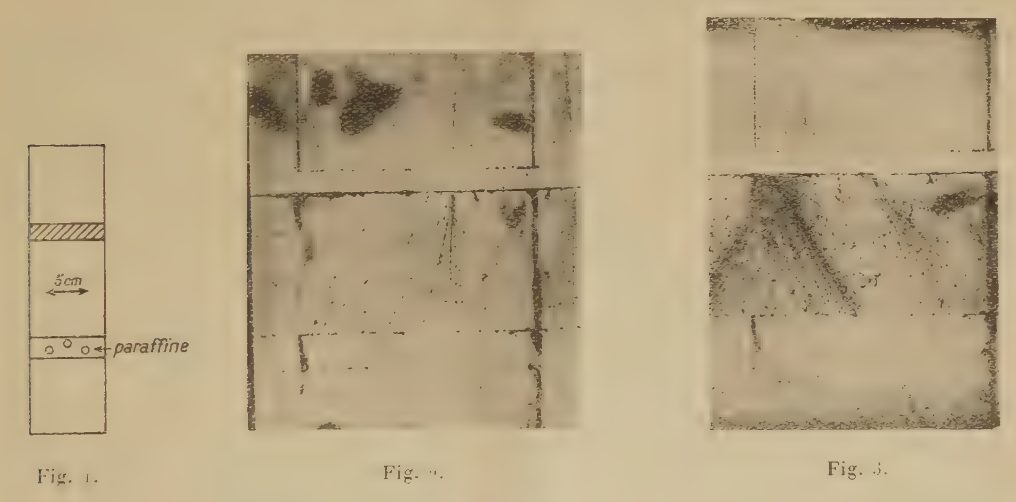


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Fig. 1. — Coupe frontale de la chambre de Wilson.

1. Sous un toit de béton de 50 g : cm² environ, sur 400 clichés environ, 150 seulement représentaient des gerbes simples (venant soit du plomb, soit des parois) de primaire unique (*fig.* 2) (les photons constituant un peu plus de la moitié). Sur les autres, on voit un grand nombre de particules indépendantes; même sous un toit léger de 2 g : cm², les trajectoires incohérentes des gerbes de l'air sont visibles sur la moitié des clichés. Nous

(*) Séance du 10 mars 1952.

avions déjà montré ([1]) avec les compteurs qu'il n'était pas possible de tracer une courbe de Rossi correcte sans éliminer les gerbes de l'air denses. La chambre de Wilson fait apparaître un nombre encore plus grand de gerbes de l'air.

2. Sous un toit de béton (50 g : cm²) 86 clichés sur 400 présentent des gerbes complexes créées par plusieurs particules primaires indépendantes (*fig.* 3). Même sous un toit de 2 g : cm² il y a encore 5 clichés de ce type sur 30. Le nombre de ces primaires simultanés appartenant à des gerbes de l'air ou du toit peut atteindre 5 sur une surface de plomb de 90 cm² seulement (vue des compteurs sous un angle solide de 0,5).

3. Les gerbes issues du plomb dues à un seul primaire, qui touchent nos 3 compteurs ont de 3 à 40 trajectoires (*fig.* 2). Le nombre moyen de secondaires est 11; le nombre médian 8 ou 9. Sur l'ensemble des clichés y compris les gerbes de l'air, le nombre moyen de particules est de 15 au moins entre l'écran et les compteurs.

4. Lorsqu'on a cherché à retrouver les courbes de Rossi à partir de la théorie des cascades, les calculs ([2]) ont :

1° négligé les gerbes de l'air;

2° négligé la fréquence très élevée des primaires gerbigènes simultanés;

3° attribué, même dans le cas des gerbes simples « pures » un pouvoir sélectif très insuffisant aux compteurs : par exemple en admettant que 3 compteurs sont touchés par des gerbes de plus de 2 trajectoires alors qu'en moyenne, ils ne sont sensibles qu'à partir de 7 ou 8 trajectoires.

Ces calculs ne peuvent prétendre à aucune précision.

5. Cette conclusion avait déjà été atteinte par Montgomery ([3]), en 1935, au moyen d'une chambre d'ionisation. Il ne tenait cependant pas compte des gerbes de l'air alors inconnues, ni des nombreux électrons lents ionisants. Il opérait au niveau de la mer où le spectre des électrons doit être très différent. Néanmoins l'écart considérable entre le nombre des trajectoires qu'il observe (environ 50) et le nôtre pourrait tenir à un écran plus épais et au fait, également négligé, que la répartition angulaire des secondaires s'étale considérablement sous écran épais (2,5 cm). Toute la question serait à reprendre de ces divers points de vue.

Cette technique pourrait servir également à l'étude des gerbes nucléaires et des particules instables.

([1]) G. Carmouze et J. Daudin, *Comptes rendus*, **231**, 1950, p. 572 et **232**, 1951, p. 2018.

([2]) Par exemple Arley, *Stochastic Processes*, New-York, 1948.

([3]) *Phys. Rev.*, 48, 1935, également Janossy, *Cosmic Rays*, p. 255 et suiv.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les chaleurs d'adsorption de* NH_3, PH_3, AsH_3 *sur le gel de silice*. Note (*) de M. **Jack Bastick**, présentée par M. Paul Pascal.

Le calorimètre à glace nous a permis de mesurer les chaleurs d'adsorption de NH_3, PH_3 et AsH_3 sur le gel de silice. Tandis que pour PH_3 et AsH_3 la nature des forces de liaison est du type Van der Waals, un phénomène de chimisorption très net est mis en évidence pour NH_3.

Au cours de l'étude de l'adsorption des gaz NH_3, PH_3 et AsH_3 sur le gel de silice, nous avons été amené à mesurer directement l'effet thermique de ce phénomène. Nous avons employé un calorimètre à glace déjà utilisé au cours d'un travail précédent ([1]). Nous préciserons simplement que le capillaire adopté pour ces expériences est tel qu'un déplacement de 1 mm du mercure correspond à 0,0430 cal : g à 15°. La préparation des gaz a été décrite ailleurs ([2]). Le gel qui est un échantillon commercial de granulation 12/20, a subi des chauffes préalables de 6 h, sous vide, à 200, 400 ou 800°, afin de suivre l'influence du traitement thermique sur la chaleur d'adsorption. Parallèlement, une adsorption d'azote à — 195° C permettait de connaître l'aire de la surface correspondante en appliquant l'équation B. E. T. Les aires ainsi déterminées sont respectivement de 650, 660, 520 m² : g pour les gels chauffés à 200, 400 et 800° C.

Les mesures calorimétriques donnent directement la chaleur intégrale q_i. Les figures 1 et 2 représentent les chaleurs différentielles q_d déduites du tracé des tangentes aux courbes $q_i = f(c)$.

On remarque que, si pour PH_3 et AsH_3 les chaleurs différentielles sont constamment comparables et voisines de 7 Kc : mol, ce qui correspond à une adsorption physique; il n'en est plus de même pour NH_3. On se trouve alors en présence de chimisorption. La courbe 1 (*fig.* 1) présente une cassure pour $c = 26\text{-}27.10^{-4}$ mole : g. q_d décroît ensuite rapidement. Cette cassure existe également sur l'isotherme d'adsorption $m = f(p)$ qui, dans cette région, change brusquement de pente. Le calcul montre que ce point ne correspond pas à la fin du recouvrement de la surface selon B. E. T. Mais, si l'on admet que l'eau qui reste dans le gel au-dessus de 115° est de l'eau de constitution et qu'elle est retenue sous forme de groupements (OH), on conçoit qu'il puisse y avoir formation d'un complexe ammonié par l'entrée en jeu de la liaison hydrogène, la cassure marquant alors la fin de la saturation des (OH) résiduels. L'adsorption devient alors physique

(*) Séance du 10 mars 1952.

([1]) *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 1163.

([2]) *Bull. Soc. Chim.* (en cours de publication).

et q_d tend vers des valeurs comparables à celles obtenues pour AsH_3 et PH_3. Pour le gel traité à 400°, la teneur en eau est plus faible, la cassure se

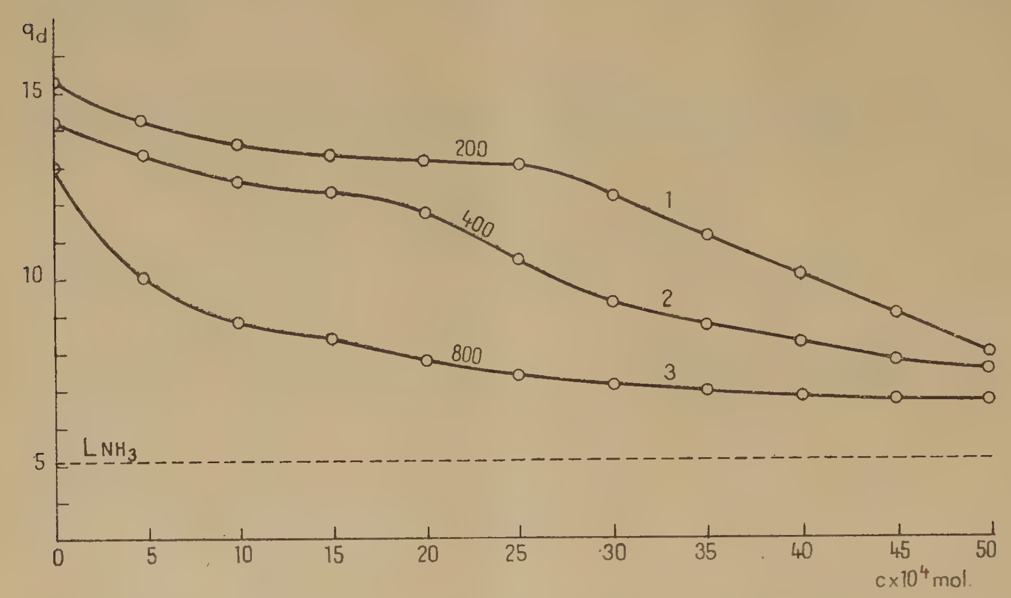


Fig. 1. — Chaleur différentielle d'adsorption de NH_3 sur le gel de silice.

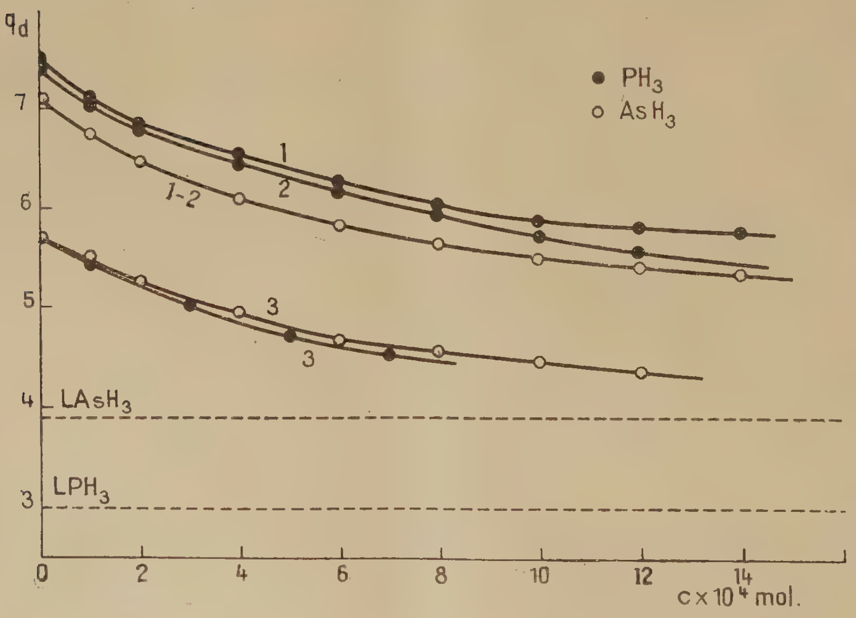


Fig. 2. — Chaleurs différentielles d'adsorption de PH_3 et AsH_3 sur le gel de silice.

manifeste pour une valeur moindre de la concentration. Le gel traité à 800° ne contient presque plus d'eau et commence à se dévitrifier; la courbe 3 révèle à la fois la disparition de la chimisorption et l'hétéro-

généité croissante du gel. Notons encore que la chaleur propre d'adsorption $\lambda = q_d - L$, qui correspond à l'énergie de formation du complexe, est de l'ordre de 7 à 9 Kc : mole, ce qui explique que ce complexe soit relativement stable. Il est, en effet, difficile de désorber tout l'ammoniac sans l'intervention d'un chauffage énergique.

En résumé, alors que l'adsorption de PH_3 et de AsH_3 sur le gel de silice est de nature physique, celle de NH_3 est de nature chimique et peut s'interpréter par la formation d'un complexe ammonié sur les (OH) résiduels.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude cryoscopique de solutions de certains oxydes métalliques dans l'eutectique cryolithe-fluorure de sodium.* Note (*) de M. **Georges Petit**, présentée par M. Eugène Darmois.

Le but du travail est l'étude par la méthode cryoscopique de la structure des solutions de certains oxydes métalliques dans l'eutectique fondu cryolithe-fluorure de sodium.

La cryolithe et l'eutectique en question ont des compositions assez voisines : ils contiennent respectivement 25 et 14 % moles F_3Al; leurs points de fusion sont 1008 et 885°C. L'eutectique représente un excellent solvant cryoscopique par suite de sa non-volatilité et de la constance de son point de fusion, qualités qui le rendent à ce point de vue supérieur à la cryolithe. Sa constante cryoscopique est toutefois seulement 27 au lieu de 41 pour la cryolithe. Les différences entre les deux solvants tiennent sans doute surtout à la température.

La comparaison des deux solvants montre que la solubilité est en général moindre dans l'eutectique. C'est ainsi que la silice, TiO_2, SnO_2, ZrO_2 s'y dissolvent peu ou difficilement; par contre l'oxyde de lanthane, l'alumine, l'anhydride borique y sont assez solubles, ainsi que la magnésie, la chaux, la glucine et l'oxyde de cérium. Nous donnons dans la figure les courbes cryoscopiques de ces oxydes obtenues en portant en abscisses la molarité et en ordonnées la valeur du rapport $(1/K)(\Delta t/m)$ (K, constante cryoscopique; $\Delta t/m$, dépression thermique molaire). Ce rapport représente à la limite le nombre de particules données en solution par une molécule initiale. Pour faciliter la comparaison avec la cryolithe, nous avons ajouté les courbes cryoscopiques obtenues, soit par Rolin [1], soit par nous-même [2] dans la cryolithe. On constate d'une façon générale une coupure en ions moins aisée dans l'eutectique. Par exemple B_2O_3 et GlO ne se coupent pas, du moins dans les limites de dilutions étudiées, CaO et CeO_2 se coupent difficilement et la courbe cryo-

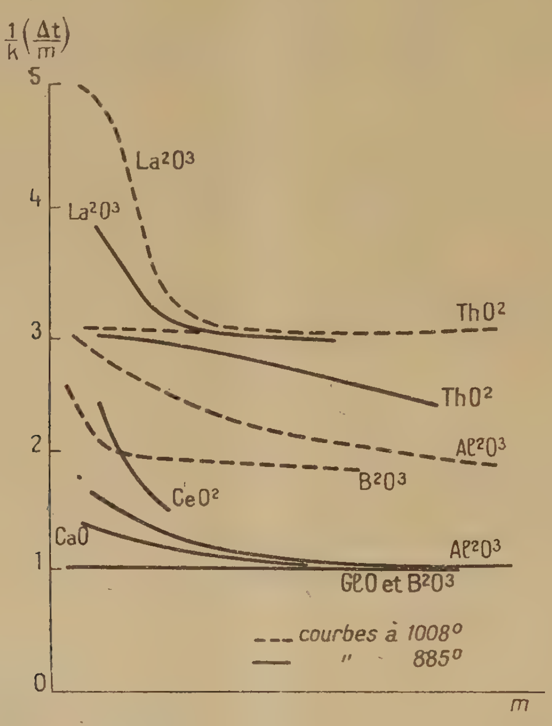
(*) Séance du 3 mars 1952.

(1) *Thèse*, Paris, 1951.

(2) *Comptes rendus*, **232**, 1951, p. 1555.

scopique de la thorine s'affaisse à des dilutions où elle était encore horizontale dans la cryolithe.

Le cas de l'oxyde de lanthane est particulièrement intéressant; dans la cryolithe, il donnait cinq particules; il n'y arrive ici qu'à des dilutions inaccessibles à l'expérience, mais dans les deux cas il se produit une sorte de palier



Courbes cryoscopiques dans l'eutectique ($F_3Al\,3\,FNa$)—FNa.

aux environs de trois particules. Si nous admettons l'hypothèse qu'en milieu fondu la courbe cryoscopique doit tendre vers la courbe théorique d'Arrhénius ([3]), on peut se demander si ce palier ne correspond pas à la formation d'un système stable à trois particules. Pour trouver leur nature, nous avons mis en présence un oxyde donneur d'ions d'oxygène, la thorine, et l'oxyde de lanthane. Si l'ion LaO_2^- existe, il devrait se produire la réaction

$$2\,La_2O_3 + ThO_2 = 4\,LaO_2^- + Th^{++++}.$$

On devrait donc observer la formation de cinq particules; ce n'est pas le cas. Aux molarités étudiées, on a toujours des ordonnées supérieures à cette valeur. Il en résulte qu'il y a mélange et non combinaison. LaO_2^- ne semble pas exister dans ces conditions. Les trois particules seraient alors 2 LaO^+

([3]) G. Petit, *Rev. Gén. Sc.*, 58, 1951, p. 324.

et O^{--}. A dilution plus grande et à température plus élevée (cryolithe), l'ion LaO^{-} se dissocierait en La^{+++} et O^{--}. L'ensemble des résultats offerts par les oxydes permet d'admettre les équilibres suivants :

$$M_2O_3 \rightleftharpoons MO_2^- + MO^+, \qquad MO_2^- \rightleftharpoons MO^+ + O^{--}, \qquad MO^+ \rightleftharpoons M^{+++} + O^{--}.$$

Ces équilibres se déplacent avec la température, la dilution et l'électropositivité de l'élément métallique de l'oxyde.

ÉLECTROCHIMIE. — *Un critère de la dissociation électrolytique pour les sels fondus.* Note de Mlle **Geneviève Sutra**, présentée par M. Eugène Darmois.

Dans une Note précédente (¹) j'ai montré que, lors de la fusion, on peut admettre que l'énergie de formation d'un « trou » est $(3/2)kT$; si les trous se forment autour des atomes ou des molécules, la chaleur de fusion Q_f doit être alors sensiblement $(3/2)$ RT pour l'atome-g ou la mole. L'entropie de fusion serait alors $Q_f/T_f = (3/2)R$, soit à peu près 3 cal : degré.

Pour les gaz nobles on trouve Ne : 3,26; A : 3,15; Kr : 3,36. Pour HCl et HI respectivement 3,02 et 3,12. On trouve aussi des nombres du même ordre pour la plupart des métaux fondus.

Nous donnons dans le tableau I les valeurs de Q_f (cal : mole) et T_f, avec l'entropie de fusion pour un certain nombre de sels fondus à 2 ions.

Tableau I.

Substance.	Q_f.	T_f.	$\frac{Q_f}{T_f}$.
ClNa	7200	1077	6,60
FNa	7800	1265	6,17
ClK	5510	1045	5,28
FK	6280	1133	5,52
ClTl	4000	700	5,71
ClAg	4380	724	6,06
NO_3Ag	2790	490	5,70
NO_3Na	3840	606	6,33
NO_3K	2580	581	4,43

L'entropie est plutôt voisine de 6 que de 3; une explication simple vient à l'esprit : au lieu de N trous par mole, il y en aurait 2N; le sel fondu serait dissocié en deux ions. Il y aurait naturellement des électrolytes plus faibles que d'autres.

Nous donnons au tableau II quelques valeurs concernant des sels à trois ions.

(¹) *Comptes rendus*, 233, 1951 p. 1027.

TABLEAU II.

Substance.	Q_f.	T_f.	$\frac{Q_f}{T_f}$.
Cl_2Ca	6 000	1 047	5,74
Cl_2Ba	5 750	1 232	4,67
Cl_2Pb	5 800	758	7,63
I_2Pb	5 310	648	8,20
I_2Hg	4 450	523	8,50
$Cr_2O_7K_2$	8 790	670	13,1

La dissociation totale en trois ions devrait donner une entropie de l'ordre de 9; on voit que certains sels s'en approchent; le bichromate donne même davantage, ce qui s'expliquerait par une dissociation de l'ion $Cr_2O_7^{--}$. J'ai appliqué le calcul précédent aux deux solvants cryoscopiques utilisés dans notre laboratoire, à savoir la cryolithe et le métaborate de lithium; on obtient les résultats ci-dessous :

AlF_3 3NaF	16 600	1 280	13,0
BO_2Li	8 300	1 113	7,45

La cryolithe semble donner quatre ions, probablement AlF_6^{---} et $3Na^+$; le borate donnerait un peu plus de trois ions, ce qui supposerait une dissociation dé l'ion BO_2^-, en accord avec les remarques de G. Zarzycki (2).

ÉLECTROCHIMIE. — *Électrolyse de l'acide phosphorique entre électrodes de cuivre. Cas des faibles densités de courant.* Note (*) de Mme **DENISE LAFORGUE-KANTZER**, présentée par M. Paul Pascal.

On précise par voie expérimentale et théorique le mécanisme du début de la dissolution anodique du cuivre aux très faibles densités de courant, en particulier lorsque les ions Cu^+ sont en forte proportion. Par l'emploi d'une électrode-sonde, on montre que la dissolution à l'état cuivrique est initialement plus lente que la dissolution à l'état cuivreux.

Nous avons déjà indiqué (1) les stades anodiques de l'électrolyse d'une solution de PO_4H_3 entre électrodes de cuivre. Avec le même dispositif (1), nous avons modifié les divers facteurs et placé au-dessous de l'anode une électrode-sonde qui reçoit le produit anodique.

1. *Résultats expérimentaux.* — 1° Quelle que soit la teneur en PO_4H_3, les courbes Log D/V ont même allure (*fig.* 1). Par échauffement la hauteur du palier

---

(2) *Comptes rendus*, 234, 1952, p. 95.

(*) Séance du 10 mars 1952.

(1) *Comptes rendus*, 233, 1951, p. 547.

de diffusion BC augmente, et la pente des segments A′A″ et A″B diminue. Si l'on admet qu'une relation linéaire $\mathrm{Log}\, D = A + BV (B = \alpha F/RT)$, traduit la décharge d'un anion, on trouve pour A″B une valeur normale $\alpha = 0{,}45$, mais pour A′A″, $\alpha \gg 1$, valeur dénuée de sens physique (²) pour la décharge d'un ion monovalent (OH^- ou $PO_4H_2^-$).

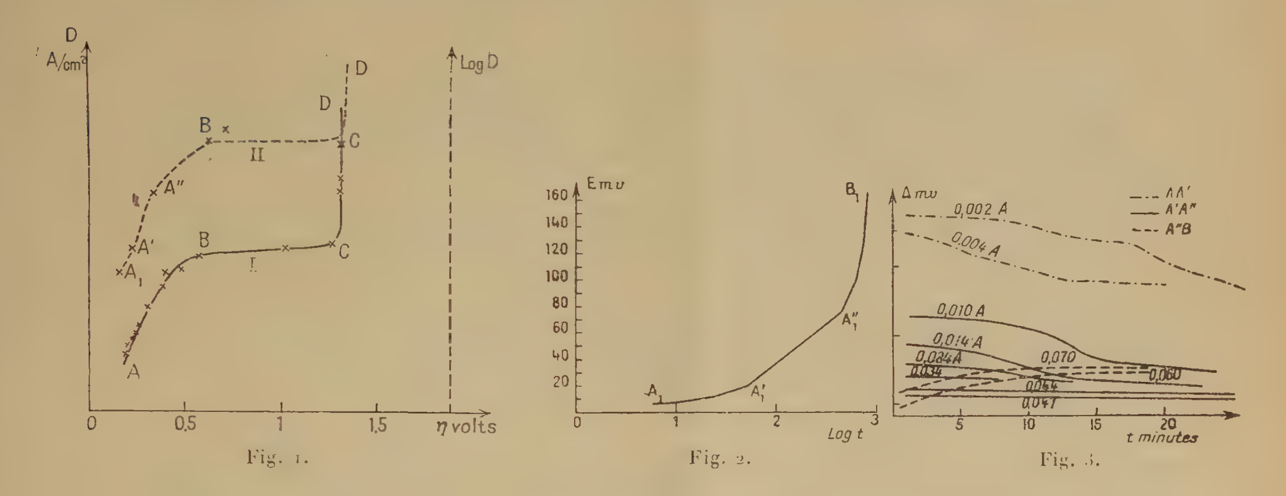


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

2° A chaque instant le potentiel E de l'électrode auxiliaire qui suit l'augmentation de l'activité des ions Cu passés en solution atteint sa valeur d'équilibre à 5 mV près. La courbe $E/\mathrm{Log}\, t$ (*fig.* 2), pour une électrolyse à courant lentement variable, présente trois parties, rigoureusement homologues de AA′, A′A″ et A″B : selon $A_1A'_1$, E varie un peu moins vite que $E = a + b\, \mathrm{Log}\, t$, la pente moyenne b_1 est toutefois voisine de RT/2F. En $A'_1A''_1$, $E = a' + b'\, \mathrm{Log}\, t$ avec $b' = RT/F$ à 1 % près. En A''_1B_1, E croît très vite puis se stabilise lorsque le cuivre commence à se déposer de façon appréciable.

3° Les courbes $\Delta = (v - E)/t$, tracées pour chaque valeur de la densité de courant, forment trois faisceaux correspondant exactement aux trois domaines (*fig.* 3) : 1° l'existence d'un palier suggère un processus double de vitesses différentes; 2° Δ est sensiblement constant et dépend peu de D; 3° Δ croît avec le temps.

2. *Interprétation théorique.* — Il doit y avoir à la fois dissolution du cuivre et décharge des anions :

1° Log(D/V) n'est plus alors linéaire en général. Le courant I observé est la somme algébrique de courants partiels I_i dus à chacun des processus en cause ($PO_4H_2^- \rightarrow PO_4H_2 + \theta$; $OH^- \rightarrow OH + \theta$; $Cu \rightarrow Cu^{++} + 2\theta$, suivi de $Cu + Cu^{++} \rightarrow 2Cu^+$, θ symbolisant l'électron). Avec les notations usuelles (²)

$$I = \Sigma I_i = \Sigma K_i C_i [1 - \exp(-\alpha_i - \beta_i) F\eta (RT)^{-1}] \exp(\text{[illegible]} \alpha_i FV)(RT)^{-1},$$

(²) R. Audubert, *J. Phys. Rad.*, (8), 3, 1942, p. 81-89.

les termes $1 - \exp(-\alpha_i + \beta_i) F \eta_i (RT)^{-1}$ ne sont généralement pas négligeables aux faibles intensités (pour Cu, l'expérience donne $1 - \exp[-F\eta_i (RT)^{-1}] = 0,060$). Posant $\alpha_i + \beta_i = 1$, $\alpha_i = \alpha_m + \varepsilon_i$, α_m étant constant et $K_i C_i \exp - W_i (RT)^{-1} = a_i$:

$$\begin{aligned} \operatorname{Log} I &= \alpha_m F V (RT)^{-1} + \operatorname{Log} \Sigma a_i [1 - \exp(-F\eta_i)(RT)^{-1}] \exp \varepsilon_i F V (RT)^{-1} \\ &\simeq A + \alpha_m F V (RT)^{-1} + \operatorname{Log} \Sigma a_i \eta_i \exp \varepsilon_i F V (RT)^{-1}. \end{aligned}$$

Le troisième terme, du même ordre que le deuxième, n'est généralement pas linéaire en V. L'état de surface de l'anode se modifiant ainsi que les activités des ions, les a_i sont fonction de V et de t. Il est illusoire de chercher un sens physique immédiat à la pente approchée de $A'A''$.

2° La dissolution anodique du cuivre est régie par les relations générales :

$$(a) \quad Cu \rightleftharpoons Cu^{++} + 2\theta \qquad \text{et} \qquad (b) \quad Cu + Cu^{++} \rightleftharpoons 2\,Cu^{+}.$$

Dans la phase métallique on peut admettre en première approximation que la loi d'action de masse est applicable sous la forme

$$(1) \qquad a_{Cu^{++}} \times a_\theta^2 = K.$$

L' « activité des électrons » a un sens : cette grandeur est directement liée à leur énergie libre, donc au potentiel de l'anode. Le flux d'électrons (intensité) résulte de l'ensemble des phénomènes anodiques : lorsqu'il est constant il déplace sans cesse l'équilibre (1) dans le sens ($\rightarrow$) : du cuivre se dissout. D'autre part, en admettant (1), la surface du cuivre est en équilibre à potentiel constant et $a_{Cu^{++}}$ est constant. Il est donc nécessaire que le nombre d'ions passant dans la solution soit égal au nombre des ions formés. Si a' est l'activité de l'ion dont la vitesse de formation est la plus lente, posons

$$a' = vt + w \qquad \text{où} \quad v = \varphi(i);\ w = \Psi(i).$$

Le potentiel de l'électrode-sonde est justement, ν étant la valence de l'ion,

$$E = E_0 + \frac{RT}{\nu F} \operatorname{Log} a' = E_0 + \frac{RT}{\nu F} \operatorname{Log} v + \frac{RT}{\nu F} \operatorname{Log}\left(t + \frac{w}{v}\right).$$

Si v ne varie pas trop rapidement en fonction de I et si w/v est petit/t E est indépendant de I : $E = A + RT/vF \operatorname{Log} t$.

Conclusion. — 1° La zone AA' correspond au début de la dissolution anodique $v = 2$, donc la vitesse de dissolution de Cu^{++} est la plus faible. Or d'après (b)

$$\frac{a_{Cu^+}^2}{a_{Cu^{++}}} = K \ (= 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ à } 25^\circ) \qquad \text{et} \qquad \frac{da_{Cu^+}}{dt} = \frac{K}{2a_{Cu^+}} \frac{da_{Cu^{++}}}{dt}.$$

Tant que $a_{Cu^{++}} \leqq C$ (au début du passage en solution on a $K \gg a_{Cu^+} > a_{Cu^{++}}$) la vitesse des ions Cu^{+} est la plus faible tant que $a_{Cu^+} < K/2$. Donc en A', fin du premier domaine, on doit donc avoir $a_{Cu^+} = 1,35 \cdot 10^{-6}$ (à 25°).

2° Entre A′ et A″, la relation linéaire est vérifiée avec $v = 1$. En prenant des valeurs expérimentales moyennes, on trouve pour A″, $a_{Cu^+}/a_{Cu^{++}} = 0,2$, d'où $a_{Cu^+} \sim 10^{-5}$. On voit que des méthodes sensibles peuvent mettre en évidence les ions Cu^+.

3° Entre A″ et B, le terme w/v n'est plus négligeable devant t, l'activité cuivrique croît très rapidement.

COLLOÏDES. — *Effet des micelles ioniques sur le* pH *des solutions d'oléate de sodium.* Note de M. **Andréa Levialdi**, transmise par M. Jacques Duclaux.

Bien que le moussage d'une solution aqueuse d'oléate de Na diminue la concentration et modifie sa composition chimique, *le* pH *reste constant* à partir d'une concentration initiale donnée. Ce fait est attribué à l'existence de micelles ioniques.

Nous avons vérifié au moyen de trois électrodes différentes (Corning Glass 0,15; électrode très stable vis-à-vis des solutions alcalines, et antimoine) que les mesures de solutions micellaires de savons ioniques sont reproductibles ($\pm$ 0,1).

Nous avons étudié, par des mesures de pH les phénomènes qui se produisent dans les solutions, au cours du moussage étudié par M. Raison ([1]), ([2]). Nous avons étudié le pH des solutions aqueuses d'oléate de sodium (*fig.* 1) et le pH de la solution moussante au cours du moussage (méthode d'Abribat) à partir de différentes concentrations initiales (*fig.* 2). Au-dessous d'une certaine concentration (M/300) il n'y a pas de variation du pH de la solution moussante jusqu'à épuisement de la solution.

Comme J. Perrin et Laing l'ont montré [([3]), ([4]) et d'une manière quantitative (Raison)], le moussage enrichit en acide oléique la mousse et en soude la solution moussante, dont la concentration en oléate de sodium diminue.

Une solution initiale M/100 donne une solution épuisée dont la composition moléculaire est : 1 OlNa — 3,44 NaOH et dont le pH est 8,8; alors que la solution de synthèse a un pH de 11,3. Ces résultats ont été contrôlés sur des solutions des divers savons dans le domaine compris entre pH=6 et pH=12,5 et vérifiés par les tampons de Clark et Lubs, dont le pH ne différait pas de plus de 0,1 de celui de la solution de savon.

Une solution de même composition, mais faite de synthèse, donne un pH de 11,3 d'où l'on conclut que, dans la solution épuisée, la soude, ou plus exactement les ions OH^-, sont dissimulés.

([1]) *Comptes rendus*, **232**, 1951, p. 1660.
([2]) *Symp.*, Bordeaux, 1947, p. 187 (University Press).
([3]) J. Perrin, *Ann. Phys.*, **10**, 1918, p. 182.
([4]) Mrs Laing, *Proc. Roy. Soc.*, 1925, p. 109.

Les travaux antérieurs ([5]), ([6]), ([7]) ont amené à supposer que l'existence des micelles de Hartley correspond à la concentration critique que nous avons déterminée et que la couche extérieure des micelles anioniques,

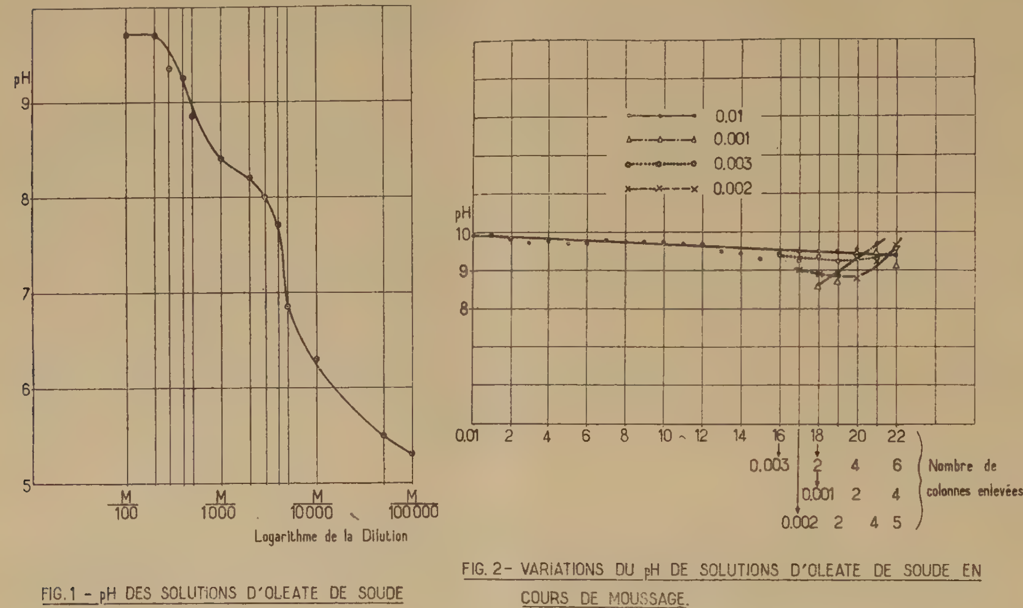


FIG. 1 – pH DES SOLUTIONS D'OLEATE DE SOUDE

Fig. 1.

FIG. 2 – VARIATIONS DU pH DE SOLUTIONS D'OLEATE DE SOUDE EN COURS DE MOUSSAGE.

Fig. 2.

partiellement neutralisée, est formée de cations qui, à leur tour, peuvent fixer de petits anions (OH^-), tandis que le Na^+ peut éventuellement former du savon neutre dans la micelle. Il en résulte une dissimulation de la soude par les micelles.

D'autre part, si l'on considère que la première micelle se produit dans la couche superficielle ([8]), tout se passe comme si les micelles stables versaient leur contenu d'acide gras dans la grande micelle superficielle (surface moussante), l'atmosphère ionique intramicellaire restant constante. L'addition d'HCl (*fig.* 3) aux deux solutions montre que les anions OH^- se trouvent dans un état différent suivant que la solution est passée ou non par l'état d'équilibre « *micelles-stables*-atmosphère ionique correspondante ».

L'allure est différente pour les deux phénomènes : dans la solution épuisée, le long palier montre que l'on détache des OH^- au fur et à mesure que l'on ajoute de l'HCl. Ces OH^- n'étaient donc pas actifs antérieure-

---

([5]) Mc Bain, *Trans. Faraday Soc.*, 9, 1913, p. 99.
([6]) Hartley, *Aqueous solutions of the paraffin Chain salts*, Hermann et Cie, Paris, 1936.
([7]) G. Stainsby et A. E. Alexander, *Trans. Faraday Soc.*, 46, 1950, p. 7 et 587.
([8]) Dervichian et Lachampt, *Bull. Soc. Chim.*, 1945.

ment dans la solution épuisée. Dans la solution de synthèse, la chute continue montre qu'on neutralise la soude libre.

En diluant dix fois (concentration inférieure à celle des micelles stables), on constate que ces deux solutions, synthèse et épuisée, ont le

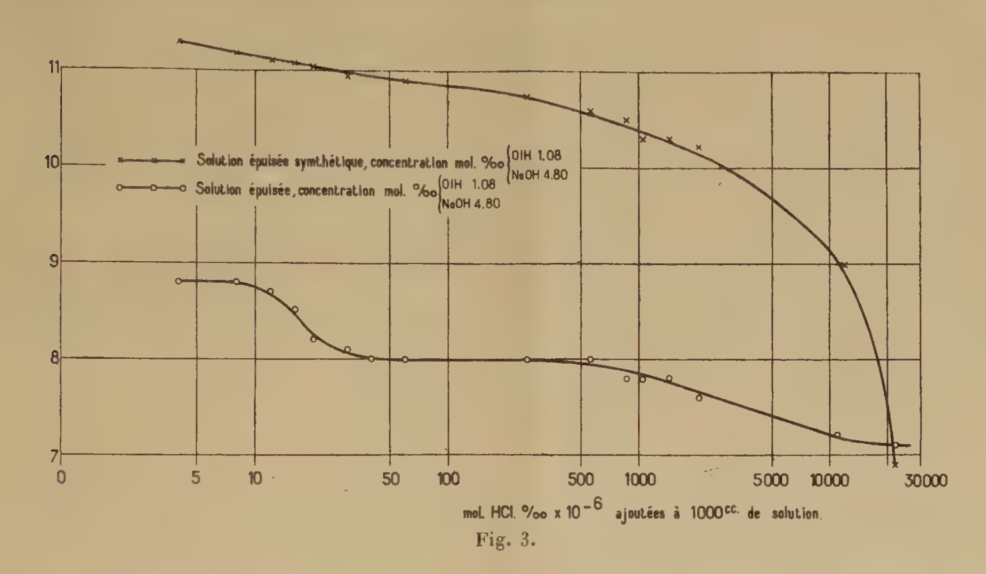


Fig. 3.

même pH (6,3). Ce pH correspond à une dilution identique (*m*/10 000, *fig.* 1) quelle que soit « l'histoire de la solution ». L'effet dû à la présence des micelles stables a disparu.

Afin d'éliminer l'erreur qui pouvait résulter de la présence de NaCl dans les solutions épuisée et de synthèse, nous avons ajouté à la solution M/10 000 d'oléate de sodium, la même quantité de chlorure de sodium.

Le pH trouvé dans ces conditions est 6,45 : ce qui est en accord satisfaisant avec les résultats obtenus, aux erreurs d'expérience près.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Empêchement de l'inversion du saccharose par des échangeurs d'ions.* Note (*) de M. **Géza Austerweil**, présentée par M. Paul Pascal.

Depuis plus d'un quart de siècle, on a poursuivi des essais pour épurer des jus sucrés de la betterave à l'aide d'échangeurs d'ions et, depuis les résultats obtenus par l'emploi consécutif des échangeurs de cations et d'anions dans l'épuration des eaux industrielles, ces essais ont encore été amplifiés.

L'échec plus ou moins complet de ces efforts est dû à plusieurs causes :

(*) Séance du 10 mars 1952.

quantité trop importante des échangeurs nécessaires, utilisation de quantités considérables de produits chimiques pour la régénération et, surtout, inversion de la saccharose des jus en sucres réducteurs : glucose, fructose, par les échangeurs de cations fonctionnant comme acides insolubles.

Dans un travail récent, Bodamer et Kunin ([1]) montrent que l'effet des échangeurs de cations les plus usités : les polysulfostyrolènes est comparable, en ce qui concerne l'inversion du saccharose, à celui d'une solution N/20 de HCl.

Il a été possible d'arrêter complètement cette inversion due aux échangeurs de cations, en procédant de la façon suivante :

On sait qu'à l'interface solide-liquide, il existe une pression assez considérable : pour l'interface eau-verre 6,5 kg : cm² ([2]); pour l'interface échangeur de cations chaulé-H_2SO_4 à 1 %, 13,2 kg : cm² ([3]). Comme la réaction d'inversion

$$C_{12}H_{22}O_{11} \begin{cases} \nearrow C_6H_{10}H_5 & \text{glucose,} \\ \searrow C_6H_{10}O_5 & \text{fructuose,} \end{cases}$$

qui est catalysée par des ions H, est aussi accompagnée par une augmentation de volume, on peut prévoir la diminution de cet effet, grâce à la loi de Le Chatelier, selon laquelle des diminutions de volume lors d'une réaction sont avantagées par la pression et les augmentations empêchées. Or, la réaction d'inversion de la saccharose est accompagnée d'une augmentation de volume, 1 g-mol de saccharose, *d* : 1,588 donnant une molécule de glucose; *d* : 1,544 plus une molécule de fructose; *d* : 1,555, en moyenne un mélange de sucres intervertis d'une densité moyenne de 1,549, ce qui correspond à une dilatation moléculaire. La réaction d'hydrolyse qui cause l'inversion sera donc contrecarrée dans la zone de pression existante dans l'interface de contact échangeur-jus de sucre, si l'on arrive à éviter la réaction catalysante de l'acidité de cet échangeur.

On peut y arriver, en employant des échangeurs de cations acides, mélangés à des échangeurs d'anions à l'état basique. Ce mélange a déjà fait ses preuves dans l'épuration des eaux industrielles. L'acide libéré à partir des sels des jus sucriers par les échangeurs de cations se trouve ainsi immédiatement capté par les échangeurs d'anions, et si la réaction est conduite par des colonnes d'échangeurs mixtes traversées par le jus de betterave à épurer, on profitera non seulement de la neutralisation des acides, mais aussi d'une diminution du temps de contact. L'inversion a pu ainsi être éliminée, comme l'indique le tableau suivant, par le passage

---

([1]) *Ind. Eng. Chem.*, 1951, p. 1082.

([2]) *J. Chim. Phys.*, 1936, p. 19.

([3]) *Bull. Soc. Chim. Fr.*, 1938, p. 67.

d'un jus (sirop de 65° Bé dilué trois fois) sur un mélange d'un échangeur de cations en polysulfostyrolène et d'un échangeur d'anions composé d'une amine quaternaire insoluble, avec un temps de contact de 4 mn environ à une température de 19° C.

	Avant passage.	Après passage.
pH	6	6,3
d	1,41	1,349
Polarisation	12,98	12,9
Pureté Brix	89,3	95,7
Réducteurs	47,65	40,0
cendres	382	6
Coloration rouge relative	6,8	2,4

Il est à remarquer que la méthode de dosage de l'inversion par la détermination des réducteurs n'est pas absolument exacte, car il y a aussi d'autres réducteurs que les hexoses qui sont comptés; c'est pour cela que dans l'essai décrit, on trouve moins de réducteurs que ce qui correspond au sucre interverti.

Enfin, il est utile de signaler que le rendement quantitatif de cette méthode laisse tout autant à désirer que les rendements indiqués au début.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du pentasulfure de phosphore sur les esters β-cétoniques*. Note de MM. **Noël Lozac'h** et **Louis Legrand**, présentée par M. Paul Pascal.

Jusqu'ici, la méthode la plus généralement utilisée pour préparer les dithiole-1.2 thiones-3, consiste dans l'action du soufre sur certains dérivés de substitution du propène ([1]), selon la réaction

$$\begin{array}{l} R_1-CH=CR_2-CH_3 \\ \text{ou}\quad R_1-CH_2-CR_2=CH_2 \end{array} + 5S \rightarrow \text{(cycle: } R_1-C,\ R_2-C,\ S,\ S,\ C{=}S\text{)} + 2SH_2$$

Il est par ailleurs connu que l'on peut obtenir des composés thiophéniques par action du pentasulfure de phosphore sur les γ-dicétones. Nous avons pensé qu'il serait peut-être possible de préparer les dithiole-1.2 thiones-3 par action du pentasulfure de phosphore sur les esters β-cétoniques. Nous avons vérifié le bien-fondé de cette hypothèse. Par action du pentasulfure de phosphore sur les esters β-cétoniques de formule générale : $R_1-CO-CHR_2-CO-OR_3$,

([1]) N. Lozac'h, *Bull. Soc. Chim.*, 1949, p. 840; N. Lozac'h et Y. Mollier, *Bull. Soc. Chim.*, 1950, p. 1243.

nous avons obtenu les dithiole-1.2 thiones-3 de formule

$$\begin{array}{l} R_1-C \text{———} S \\ \quad\ \ \| \qquad\quad | \\ R_2-C \qquad\ S \\ \qquad\ \diagdown \ \diagup \\ \qquad\quad C \\ \qquad\quad \| \\ \qquad\quad S \end{array}$$

Il est difficile de préciser l'expression stœchiométrique de cette synthèse, pour plusieurs raisons. En premier lieu, ces réactions sont loin d'être quantitatives, et si l'on veut faire un bilan, on est gêné par les réactions secondaires. D'autre part, cette synthèse ne se réduit pas à une simple substitution de l'oxygène par le soufre, réaction classique du pentasulfure de phosphore. Il y a également déshydrogénation, et il est difficile de déterminer par quel mécanisme l'hydrogène s'élimine sous forme d'eau, ou sous forme d'hydrogène sulfuré.

Mode opératoire. — Nous utilisons du pentasulfure de phosphore technique. Dans un ballon de 500 cm³, on place 22 g de pentasulfure de phosphore, et 0,1 mol-g d'ester β-cétonique dissous dans 75 cm³ de xylène. On adapte un réfrigérant à reflux muni d'un tube permettant d'évacuer vers une hotte les gaz dégagés. Le mélange est porté à douce ébullition pendant une heure. On laisse refroidir vers 100°, puis on ajoute 150 cm³ de benzène et 50 cm³ d'alcool. La solution organique est lavée d'abord à l'eau, puis par une lessive de soude à 5 %, et de nouveau à l'eau. Elle est enfin séchée sur carbonate de potassium.

A la solution benzénique filtrée, on ajoute 27 g de chlorure mercurique dissous dans 150 cm³ d'acétone. On agite vivement pendant 10 minutes, puis on laisse reposer pendant quelques heures. Le précipité formé, qui contient la dithiole-1.2 thione-3 sous forme de complexe mercurique, est essoré. Le précipité est mis en suspension dans de l'alcool, puis on le décompose par une solution aqueuse saturée de sulfure neutre de sodium. Le produit organique libéré est extrait au benzène. La solution benzénique est lavée à la soude diluée, puis à l'eau, et est séchée sur carbonate de potassium.

Par concentration et refroidissement, la solution benzénique abandonne des cristaux de la dithiole thione cherchée. Ces cristaux sont purifiés par cristallisation dans l'alcool ou dans l'acétone.

Méthyl-5 dithiole-1.2 thione-3. — Ce corps, fondant à 33°, a été obtenu à partir de l'acétylacétate d'éthyle. Analyse % : calculé pour $C_4H_4S_3$, C 32,40 ; H 2,72 ; trouvé, C 32,64-32,66 ; H 2,80-2,74.

Cette dithiole thione avait été auparavant obtenue par cracking du sulfure, ou du disulfure de *n*-butyle ([2]).

([2]) F. Wessely et A. Siegel, *Monatshefte*, 82, 1951, p. 607.

Cyclopentano-4.5 dithiole-1.2 thione-3. — Aiguilles brun-violet, fondant à 119° obtenues à partir du cyclopentanone β-carboxylate d'éthyle (ester de Dieckmann). Analyse % : calculé pour $C_6H_6S_3$, C 41,34; H 3,47; trouvé, C 41,37-41,12; H 3,56-3,53.

Nous n'avons pas trouvé ce corps décrit dans la bibliographie. Nous avons essayé sans succès de le reproduire par action du soufre sur le méthyl-1 cyclopentène.

Cyclohexano-4.5 dithiole-1.2 thione-3. — Aiguilles orange, fondant à 92°, obtenues à partir du cyclopentanone β- carboxylate d'éthyle. Analyse % : calculé pour $C_7H_8S_3$, C 44,64; H 4,28; trouvé, C 45,42-45,34; H 4,28-4,37.

Nous n'avons pas trouvé ce corps décrit dans la bibliographie. D'ailleurs, dans une Note précédente ([3]), nous avons signalé que l'action du soufre sur le méthyl-1 cyclohexène donne la benzo-4.5 dithiole-1.2 thione-3, de formule $C_7H_4S_3$, et non la cyclohexano-4.5 dithiole-1.2 thione-3.

Phényl-5 dithiole-1.2 thione-3. Cristaux orange, fondant à 125-126° préparés à partir du benzoylacétate d'éthyle. Analyse % ; calculé pour $C_9H_6S_3$; C 51,39; H 2,88; trouvé; C 51,41-51,26; H 3,01-3,14.

Ce produit a le même point de fusion (pur et en mélange) que la phényl-5 dithiole-1.2 thione-3, que nous avons préparée par action du soufre sur le phényl-1 propène-1.

Méthyl-4 phényl-5 dithiole-1.2 thione-3. — Cristaux orange, fondant à 103-104°, obtenus à partir du benzoylpropionate d'éthyle.

Cette dithiole thione était déjà connue ([4]). Elle avait été préparée par action du soufre sur le méthyl-2 phényl-1 propène-1. Le point de fusion indiqué par les auteurs est 104,5-104°,8.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'ouverture du cycle des oxydes d'éthylène par l'ester malonique sodé.* Note (*) de M. **Robert Rothstein** et Mlle **Jacqueline Ficini**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

Une fonction éther oxyde, alcoyl ou aryl en α par rapport au carbone porteur d'un groupe époxyde n'influe pas l'ouverture de celui-ci dans son action sur l'ester malonique sodé. Le groupe malonyl se fixe sur le carbone le moins substitué.

Dans un travail déjà ancien, nous avons montré que si l'on pouvait envisager l'ouverture du pont d'oxygène des époxydes primaires secondaires par l'ester malonique sodé suivant deux schémas différents, en fait, le groupe malonyle se fixait sur le carbone le moins substitué. Après la saponification de l'ester-

(3) N. Lozac'h et L. Legrand, *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 2330.

(4) M. G. Voronkov, A. S. Broun et G. B. Karpenko, *Zhurnal Obschei Khimii*, 19, 1949, p. 1927.

(*) Séance du 10 mars 1952.

lactone obtenu, la mise en liberté du diacide de son sel de sodium et sa décarboxylation par distillation dans le vide, on obtient une γ-butyrolactone γ substituée (I), et non pas une butyrolactone β substituée (II) également possible *a priori* [1].

La présence d'une fonction éther-oxyde en α par rapport à l'époxyde (III) et au cas où R serait un alcoyl ou un aryl, influerait-elle sur le sens de l'ouverture du pont d'oxygène ?

Il n'en est rien, l'ouverture de l'époxyde semble suivre une loi générale, car le groupe malonyle se fixe encore, dans ces deux cas, sur le carbone le moins substitué pour aboutir finalement aux lactones (IV).

$R-CH_2-CH_2-CH_2$; O———$C=O$ (cycle)
(I)

$CH_2-CHR-CH_2$; O———$C=O$ (cycle)
(II)

$R-O-CH_2-CH-CH_2$ (époxyde, pont O)
(III)

$R-O-CH_2-CH-CH_2-CH_2$; O———$C=O$ (cycle)
(IV)

En suivant le mode opératoire que nous avons déjà décrit (*loc. cit.*), nous obtenons les lactones consignées dans le tableau ci-dessous avec des rendements de l'ordre de 50 à 60 % :

$R-O-CH_2-CH-CH_2-CH_2$; O———CO (cycle)

R.		É (°C).	N_D^t ou F.		d_3^t.		R.M. calculé.	R.M. trouvé.	EM.
CH_3	$É_{25}$	138	n_D^{19}	1,4475	d_4^{19}	1,1245	31,005	30,919	0,086
C_2H_5	$É_{11}$	119	n_D^{20}	1,4440	d_4^{20}	1,0775	35,623	35,732	0,141
Iso C_3H_7	$É_{12}$	125	n_D^{20}	1,4420	d_D^{20}	1,0392	40,241	40,22	0,021
$n C_3H_7$	$É_{12}$	132	$n_D^{16,5}$	1,4460	d_4^{17}	1,0434	40,241	40,364	0,123
Iso C_4H_9	$É_{12}$	136	d_D^{18}	1,4440	d_4^{18}	1,0185	44,859	44,859	0
$n.C_4H_9$	$É_{15}$	149	n_D^{18}	1,4461	d_4^{18}	1,0237	44,859	44,89	0,031
Iso C_5H_{11}	E_{12}	150	n_D^{19}	1,4475	d_4^{19}	1,0040	49,477	49,55	0,083
C_6H_{13}	$É_7$	153	$n_D^{19,5}$	1,4500	$d_4^{19,5}$	0,9935	54,095	54,088	0,007
C_7H_{15}	E_2	137	n_D^{21}	1,4494	d_4^{21}	0,9776	58,713	58,753	0,040
C_8H_{17}	E_{15}	184	n_D^{25}	1,4490	d_4^{25}	0,9657	63,331	63,324	0,007
$C_6H_5-CH_2$	$É_2$	170	n_D^{17}	1,5276	d_4^{17}	1,1532	55,112	55,01	0,142
$C_6H_5-CH_2-CH_2$	$É_{1,5}$	172	n_D^{26}	1,5194	d_4^{26}	1,1199	59,73	59,663	0,07
$C_6H_5-CH_2-CH_2-CH_2$	$É_1$	173	$n_D^{15,5}$	1,5179	$d_4^{15,5}$	1,0989	64,348	64,518	0,167
C_6H_5	$É_3$	172	F	48-48°,5		—	—	—	—
$p.CH_3-C_6H_4$	$É_{1,5}$	171	F	68,5-69°		—	—	—	—
$m.CH_3-C_6H_4$	$É_{1,5}$	164-165	F	44,5-45°		—	—	—	—
$o.CH_3-C_6H_4$	$É_2$	184	n_D^{19}	1,5351	d_4^{19}	1,1597	55,112	55,313	0,201
$o.CH_3-O-C_6H_4$	$É_{1-1,5}$	186	F	71-71°,5		—	—	—	—

(1) R. Rothstein, *Bull. Soc. Chim.*, 35e série, 1935, p. 1936.

Leur structure ne fait aucun doute, car en condensant la δ-chloro γ-valérolactone, avec l'éthylate ou la phénate de sodium, on obtient des lactones dont les constantes physiques sont pour l'éthoxyvalérolactone : $É_{10}$ 117°; n_D^{24} 1,4431, d_4^{24} 1,0691; RM calculé 35,623; trouvé 35,715 et pour le phénoxyvalérolactone E_3 171-172°; F 48-49°.

Pour l'éthoxyvalérolactone obtenue par les deux méthodes, nous trouvons aux erreurs d'expérience près même ébullition *n*, *d* et R. M. Pour la phénoxyvalérolactone, mêmes ébullition et fusion et, de plus, le point de fusion mélangé ne présente pas de dépression.

H. Leuchs, M. Giua et J. F. Brewster (²) ont obtenu l'éthoxyvalérolactone en condensant la chlorovalérolactone avec l'éthylate de sodium avec un rendement de 33 %.

Nous avons modifié le mode opératoire de la manière suivante : Introduire à froid la chlorovalérolactone (17 g) dans l'éthylate de sodium (4 g dans 60 cm³ d'alcool absolu). Chauffer 8 h sur bain-marie, chasser l'alcool, neutraliser par SO_4H_2 dilué, prendre dans l'éther et laver la solution éthérée jusqu'à neutralité. Chasser l'éther et rectifier le résidu dans le vide. On obtient ainsi 12 g de lactone, ce qui porte le rendement à 66 %.

L'étude comparée du point de vue olfactif des lactones (I) et (IV) qui était un autre de nos objectifs, montre que la présence de l'atome d'oxygène (éther-oxyde) dans la chaîne latérale abaisse l'intensité de l'odeur en la modifiant légèrement.

RADIOCRISTALLOGRAPHIE. — *La structure de la pyrrhotine* Fe_7S_8.

Note de M. **Félix Bertaut**, présentée par M. Charles Mauguin.

La répartition des trous dans la pyrrhotine, type d'une structure lacunaire, est ordonnée.

Depuis le travail de pionnier de Gunnar Hägg et de son école, on sait que les composés non stœchiométriques tels que $Fe_{\frac{8}{3}}O_4$ ($=Fe_2O_3\gamma$), $Fe_{1-\varepsilon}O$ et en particulier $Fe_{1-\varepsilon}S$ sont lacunaires. On admet que ce dernier composé (pyrrhotine) possède une structure hexagonale du type NiAs (¹) soit B6 des Strukturberichte, avec des paramètres voisins de $\mathbf{a} = 3{,}44$ Å et $\mathbf{c} = 5{,}70$ Å. D'autre part, M. Néel, guidé par les mesures magnétiques de MM. Benoit et Pautenet (²), a conclu que la pyrrhotine devait être essentiellement une

---

(²) *B.* 45, p. 1964.

(¹) La structure de NiAs est une succession, suivant *c*, de plans denses AAA... de Ni, entre lesquels s'intercalent alternativement des plans B et C de As; A, B et C sont les trois sortes de plans d'un paquetage cubique compact.

(²) Publiés prochainement.

substance ferrimagnétique (³) avec une subdivision en sous-réseaux conditionnée par une répartition inégale des lacunes sur les plans A (001) successifs de fer. Celle-ci donnerait lieu à une raie (0001), défendue dans la structure B8. Sur les clichés faits avec des poudres de pyrrhotine, préparées par R. Benoit, nous avons effectivement observé une raie à l'endroit de la réflexion (0001). Mais comme d'une part elle est accompagnée d'autres raies très faibles, correspondant à de grandes équidistances incompatibles avec la maille habituelle et que d'autre part elle serait confondue avec la réflexion $(10\bar{1}0)$ dans une maille dont on doublerait le paramètre **a**, nous avons préféré étudier des monocristaux.

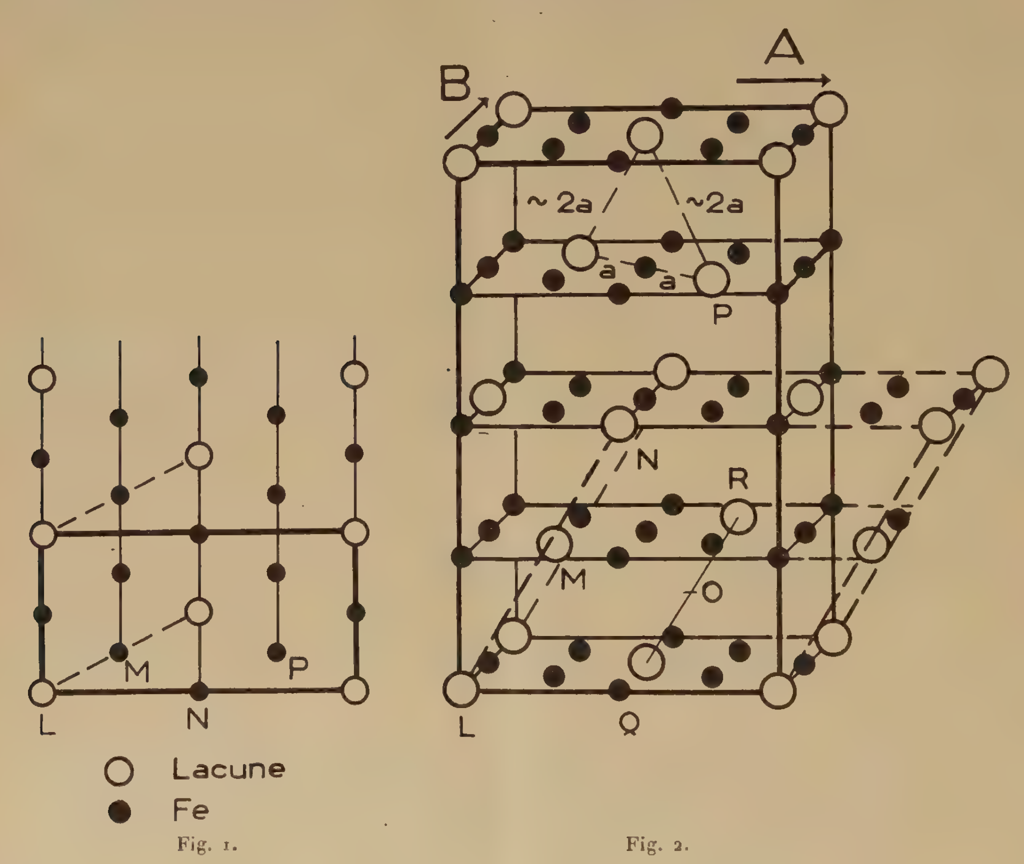


Fig. 1. Fig. 2.

Nous avons alors identifié une maille pseudo-hexagonale, légèrement monoclinique [4], [5], de paramètres $\mathbf{B} = 6{,}865\,\text{Å} \sim 2\mathbf{a}$; $\mathbf{A} = \mathbf{B}\sqrt{3} = 11{,}9\,\text{Å}$; $\mathbf{C} = 22{,}72\,\text{Å} \sim 4\mathbf{c}$; $\beta = 89°33'$. Une règle d'extinction de la forme : (hkl)

(³) *Ann. Physique*, 3, 1948, p. 137; *Ann. Inst. Fourier*, 1, 1949, p. 163.

(⁴) Byström a déjà signalé en 1944 l'existence de pyrrhotines monocliniques avec $\beta = 89°37'$ dans *Arkiv för Kemi, Miner. och Geol.*, 19 B, nº 8.

(⁵) Après avoir achevé notre travail nous avons eu connaissance d'une étude de

n'existe qu'avec des indices de même parité, (hOl) n'existe qu'avec $h+l=4n$, indique que le groupe d'espace est F — $(2/d)$.

Les très nombreuses raies à indices $l=(2n+1)$ et $l=2(2n+1)$ sont très faibles et les raies à indice $l=4n$ n'existent que si $h+k=4p$ (n et p entiers). Nous en avons déduit un motif plan très voisin de celui de B 8 et reproduit dans la figure 1 où les lacunes sont notées par des cercles vides. La structure de la pyrrhotine se déduit de la structure B8 en remplaçant suivant **c** un plan A sur deux par le motif de la figure 1 dont on translate l'origine L successivement en M, N et P, ce qui détruit la symétrie hexagonale. La figure 2, où pour plus de clarté on n'a tracé ni les plans « pleins » de fer, ni les atomes de soufre, représente la maille à faces centrées, contenant 64S et 56Fe ou 8 unités de Fe_7S_8, dont la formule correcte serait $Fe_5^{++}Fe_2^{+++}LS_8^{--}$ (L = lacune).

Le volume de la plus petite maille monoclinique est tracé en pointillé. Dans cette dernière représentation, la structure est décrite par le groupe [6] $C_{2h}^6 - C2/c$; $\mathbf{A}'=\mathbf{A}$; $\mathbf{B}'=\mathbf{B}$; $\mathbf{C}'=12{,}82$ Å; $\beta'=62°$. La position des trous est, dans la notation des tables internationales $4e \pm (Oy\ 1/4)$ où $y=1/8$, l'origine étant en O, centre de symétrie (*fig.* 2), milieu de QR.

La structure traduit la tendance des lacunes à se placer aussi loin que possible les unes des autres, leur distance minimum dans le plan comme dans l'espace étant toujours voisine de 2 **a**.

L'étude d'un raffinement possible des paramètres atomiques est en cours.

GÉOLOGIE. — *Présence d'une phase d'émersion dans le Jurassique supérieur des Causses Méjean et Sauveterre* (*Lozère*). Note de M. **Pierre Donze**, transmise par M. Maurice Gignoux.

Vers la fin du Jurassique supérieur, sur toute l'étendue des Causses Méjean et Sauveterre, il s'est produit une émersion se traduisant par un niveau laguno-lacustre, surmonté d'ailleurs d'assises calcaires indiquant le retour à un régime marin franc.

On connaît depuis longtemps l'existence, dans la région de la Parade sur le Causse Méjean, d'un faciès lagunaire, sous forme de calcaires en plaquettes contenant une faune saumâtre [1]. A la suite d'une étude

---

J. M. Buerger, citée dans Structure Reports : *Amer. Miner.*, 32, 1947, p. 411, d'après laquelle la pyrrhotine est hexagonale avec les paramètres $\mathbf{A}=6{,}87$ Å et $\mathbf{C}=22{,}7$ Å. J. M. Buerger a probablement eu à faire à des mâcles qui d'ailleurs ont considérablement gêné notre travail.

(6) Le groupe $C_s^4 - Cc$ ne peut être exclu.

(1) Feuille de Séverac au 1/80 000, 1re édition. H. Agalède, *Bull. Soc. Hist. Nat. Toulouse*, 79, 1944, p. 190-191.

micrographique détaillée ([2]), j'ai montré qu'il s'était produit, dans cette région, une véritable émersion marquée par des calcaires lacustres à *Chara*, des marnes vertes, des brèches à cailloux noirs et à cailloux multicolores; tandis que les dernières assises marquent le retour au régime marin franc.

Or, ce faciès, loin d'être localisé, possède une vaste extension. En effet, bien qu'il ne soit pas possible d'effectuer des coupes de détail, on le reconnaît en de nombreux autres points des Causses Méjean et Sauveterre.

a. Causse Méjean. — Les calcaires lacustres à *Chara*, les brèches à cailloux noirs et à cailloux multicolores s'observent à l'Est du Causse vers le kilomètre 26 de la route les Vignes-Florac, au pied d'une butte dominant une dépression cultivée, peu avant la plaine de Chanet. A l'Ouest du Causse, on observe aussi des calcaires à petits cailloux noirs, aux environs de cette même route, entre le Col de Rieisse et la Croix-Blanche. Ils surmontent l'importante formation dolomitique gris roussâtre, tandis, qu'au-dessus d'eux, passent des bancs de calcaire fin, pseudoolithique ou dolomitique, dont l'épaisseur, difficile à préciser, peut être évaluée à une quarantaine de mètres.

b. Causse de Sauveterre. — Dans la partie centrale du Causse, le chemin reliant la Malène au hameau des Recoulettes recoupe, peu après le Mazel-Bouissy, des bancs de calcaire à cailloux noirs; tandis qu'au Nord-Est de ce hameau, autour d'une dépression cultivée, affleurent les calcaires lacustres à Gyrogonites de *Chara*, les marno-calcaires lagunaires en plaquettes et les brèches à cailloux multicolores.

Plus à l'Ouest, dans la région de Saint-Georges-de-Lavéjac, on retrouve le même faciès : calcaires à cailloux multicolores, calcaires lagunaires en plaquettes, aux alentours de la route les Vignes-la-Canourgue, non loin de l'embranchement conduisant au Point-Sublime, ainsi que dans la dépression herbeuse au Sud-Ouest du Mas Rouch.

Il s'est donc produit, vers la fin du Jurassique supérieur, dans toute la région des Causses Méjean et Sauveterre, un important mouvement de régression marine, auquel a succédé le retour de la mer. Les formations lacustres et saumâtres sont, en effet, toujours surmontées par des bancs de calcaire fin, pseudoolithique ou dolomitique, avec Foraminifères et très nombreuses *Clypeina jurassica* Favre; et ce sont ces dernières assises qui, plus résistantes, forment les points culminants actuels.

([2]) *Comptes rendus*, 233, 1951, p. 1044.

GÉOLOGIE. — *Sur l'âge du « grès d'Annot » dans sa localité-type (Basses-Alpes).* Note de M[me] **Yvonne Gubler**, MM. **Jacques Flandrin** et **Jacques Sigal**, transmise par M. Maurice Gignoux.

Des observations nouvelles permettent de dater de l'Auversien la transgression nummulitique, d'identifier l'âge des marnes bartoniennes sus-jacentes, de préciser l'âge minimum du grès d'Annot et de confirmer son attribution à l'Oligocène.

Dans la localité classique des Scaffarels, 3 km à l'aval d'Annot, on peut lever une coupe détaillée de toute la série nummulitique, depuis le Crétacé supérieur jusqu'au sommet du grès d'Annot, qui complète les informations apportées déjà par J. Boussac, A. F. de Lapparent et M. Mainguy. La succession la plus complète s'observe au pont de Gai, sur le Colomb, où les assises inférieures du Nummulitique surmontent en nette discordance angulaire les calcaires à Spongiaires du Sénonien. Ce dernier est daté du Coniacien-Santonien inférieur par une microfaune où manque *Globotruncana stuarti* et dont les éléments significatifs sont : *Globotruncana coronata, G. lapparenti, G. arca* primitive, *G. linnei, Arenobulimina* sp., *Verneuilina münsteri, Tritaxia* cf. *compressa, Allomorphina conica, Stensioina exsculpta.* Au-dessus viennent :

1° Barre calcaire massive, 7 m, reposant sur la surface crétacée corrodée. *a.* Les cinq premiers mètres renferment en abondance, outre *Nummulites incrassatus* de la Harpe, *N. aturicus* Joly et Leym. -*rouaulti* d'Arch. et *N. contortus* Desh. -*striatus* Brug., dont quelques individus aplatis et à spire lâche ne peuvent cependant pas être confondus avec *N. bouillei.* Ces déterminations ont d'ailleurs été confirmées par M. R. Abrard qui a bien voulu discuter avec nous de tous nos échantillons. *b.* A environ 1 m seulement au-dessus de la base s'ajoute *N. fabianii* Prever. *c.* Dans les deux derniers mètres on n'observe plus que quelques rares *N. contortus,* au milieu de nombreuses *N. incrassatus.* Une vire étroite de quelques centimètres surmonte ce banc; elle correspond à un niveau de remaniement bréchique qui comporte des éléments crétacés.

2° Barre calcaire massive, 10 m; la seule Nummulite qui y soit représentée, en extrême abondance, est *N. incrassatus,* associée à de nombreuses Discocyclines.

3° Un régime de calcaires construits, séparés par des lits plus marneux qui soulignent la stratification, s'établit sur une dizaine de mètres. L'ensemble renferme une faune abondante de Polypiers, Oursins, Lamellibranches, Gastéropodes, Serpules, déjà décrits par les auteurs cités. On y observe encore *N. incrassatus* en nids au milieu de Discocyclines. Vers le haut, dans des niveaux calcaires en plaquettes, *N. fabianii* reparaît, à côté de *N. incrassatus.*

4° Marnes bleues, encore grumeleuses à la base et extraordinairement riches en Discocyclines, avec déjà des microforaminifères, puis, sur 80 m environ, des marnes bleues franches où les Discocyclines ont disparu, mais renfermant une microfaune très riche.

5° Banc de calcaire microbréchique, 20 cm, bourré de Milioles et contenant en grande abondance *N. fabianii, N. incrassatus* avec encore des fragments de Discocyclines. En lame mince, le Professeur Reichel y a reconnu des sections probables d'*Helicolepidina* (1), ainsi que d'*Asterigerina* et *Halkyardia.*

---

(1) Genre ainsi rencontré pour la première fois en Europe.

Une lame mince montre en outre une section d'un Foraminifère remarquable par la constitution très simple des formations latérales uniquement composées de logettes, et qui ne peut être rapportée qu'à une Discocycline.

C'est une section tout à fait identique que S. Deb figure (pl. V, 2*a*) dans une lame du grès d'Annot sous le nom de *Lepidocyclina* sp. en association avec *N. intermedius*, *N. incrassatus* et *N. contortus-striatus* tout à fait caractéristiques de l'Oligocène.

6° Marnes bleues, 20 m environ. Dans des niveaux équivalents, juste sous les grès, à l'aplomb d'Annot, un échantillonnage a donné, entre autres espèces de Foraminifères : *Spiroplectammina nuttali*, *Vulvulina chirana*, *Planularia brandsi*, *Marginulina pediformis*, *Marginulinopsis infra-compressa*, *Vaginulinopsis* cf. *asperula* Halkyard 1919 (*non* Gümbel), *Reussella moodysensis*, *R. byramensis*, *Angulogerina elongata*, *Uvigerina basicordata*, *U. mexicana*, *Bolivina cælata* Nuttal 1932 (*non* Cushman), *Nodosarella subnodosa*, *Pullenia compressiuscula*, *Gyroidina* aff. *condoni*, *G.* aff. *kiliani*, *Parrella mexicana*, *Cassidulina alabamensis*, *Globigerina* nombreuses dont *G. ouachitænsis* var. *senilis*, *Globorotalia cocoænsis*, *Anomalina alazanensis*, *Cibicides mexicanus*, *Planulina* aff. *mantænsis*.

7° Grès d'Annot, débutant par un niveau de lignites associés à un grès grossier chargé de quartz laiteux; l'ensemble forme plusieurs barres massives de 20 à 40 m, séparées par des vires de grès plus tendres. Dans une de celles-ci, au-dessus de la seconde barre (environ au 1/3 de la hauteur totale) nous avons trouvé une Assiline très vraisemblablement roulée et une section équatoriale d'*Operculinoides* cf. *nassauensis* Cole, dont les loges sont remplies par les grains de quartz du grès même; cette remarque, jointe à celle de la fragilité du test, est un argument pour la considérer comme non remaniée.

Il découle de ces faits que l'extrême base de la coupe (1*a*), qui renferme l'association caractéristique *N. contortus-striatus* et *N. aturicus-rouaulti*, serait l'équivalent de l'Auversien alpin. A partir du niveau 1*b*, où apparaît *N. fabianii*, associée encore avec *N. contortus*, on se trouverait dans le Bartonien inférieur (Lédien); la persistance de *N. aturicus*, apparemment non remaniée, sur quelques mètres peut amener à étendre légèrement vers le haut l'extension de cette espèce, ainsi que cela se produit peut-être aussi dans les marnes bartoniennes de Biarritz (Abrard, A.-F. de Lapparent). La disparition de *N. contortus*, qui coïncide avec la légère transgressivité du banc 2, marquerait la base d'un Bartonien supérieur (Ludien). Par ailleurs la persistance de *N. fabianii* dans le niveau 5 place encore celui-ci et les marnes sous-jacentes dans cet étage.

D'autre part les indications données par la microfaune recueillie dans le niveau 6 situent celui-ci nettement au-dessus des marnes à Pentacrines de Biarritz ou des Stadschiefer de l'Helvétique étudiés récemment par Bolli (= *Bulimina jacksonensis* zone) et le rapproche plus de l'Oligocène inférieur que de l'Éocène supérieur.

La base des grès d'Annot repose donc sur du Ludien très élevé, sinon sur des termes légèrement plus jeunes. En outre, *O. nassauensis*, décrite dans l'Oligocène et les couches les plus hautes de l'Éocène supérieur (Calcaire d'Ocala) en Floride, semble confirmer l'âge oligocène inférieur du début de la formation des grès d'Annot en ce point.

GÉOLOGIE. — *L'extrémité Nord de la chaîne des Aravis (Haute-Savoie) : essai d'interprétation tectonique.* Note de M. **Jean Rosset**, transmise par M. Léon Moret.

Les résultats de la campagne d'été 1951, ainsi que les observations effectuées en 1950, par Mme Gubler et ses élèves de l'École Nationale Supérieure du Pétrole, me permettent d'apporter un certain nombre de précisions sur la structure géologique de l'extrémité Nord des Aravis (région comprise entre Balme, Magland, Le Reposoir, Romme, La Frasse, La Plagne, de la feuille Cluses au 1/20 000, n° 2).

Allure générale du front de la nappe à l'Est du synclinal de Romme-la Frasse-la Plagne. — Sur la rive gauche de l'Arve, la tête plongeante du pli couché [anticlinal III de L. Moret (1)] est découpée en nombreux compartiments plus ou moins décalés par des failles inverses Nord-Nord Ouest, normales à la direction du pli. Ces failles en ciseaux rappellent tout à fait celles qu'on observe dans le pli parautochtone du Bargy-Rocher de Cluses, à l'Est du synclinal du Reposoir-Romme. Suivant l'avancée et l'élévation relative des divers compartiments, l'érosion a laissé subsister la couverture nummulitique, parfois même les grès de Taveyannaz; ailleurs elle a déblayé jusqu'au Sénonien, au Gault ou même à l'Urgonien qui apparaît en plusieurs boutonnières (Cornes d'Ombrance, Brion, chemin de Romme au chalet des Vuardes).

Complications survenant à l'extrémité Nord. — La tectonique se complique à partir d'une faille de direction Nord-Nord Ouest (faille des Vuardes) qui met en contact le Priabonien et le Sénonien du compartiment affaissé des Vuardes avec le lapiaz urgonien de la forêt des Laÿs. L'Urgonien des Laÿs est brusquement interrompu au Nord-Ouest par une faille importante (faille du Rocher Blanc) ou plutôt par tout un jeu de failles parallèles dirigées Ouest-Sud Ouest. Cet accident le décroche de 450 à 500 m et, plus bas, il reparaît en charnière dans la falaise qui domine la forêt de la Douve, surmonté par quelques mètres de Gault, 350 m de Sénonien, une falaise lutétienne de 70 m et un Priabonnien épais; le tout forme le compartiment du Rocher Blanc. L'explication la plus simple serait d'y voir une série sédimentaire normale, déposée dans un compartiment abaissé par faille ancienne. Mais les couches y ont une épaisseur anormale; elles présentent une allure tourmentée, extrêmement plissotée, l'aspect d'une pièce d'étoffe qui s'est irrégulièrement repliée sur elle-même en tombant. Le terme de « synclinal du Rocher Blanc » proposé en 1949 (2)

(1) *Mém. Soc. Géol. France,* nouvelle série n° 22, 1934.

(2) L. Moret et J. Rosset, *Comptes rendus,* 229, 1949, p. 914.

ne convient donc pas ici. L'explication la plus satisfaisante consiste à admettre un décollement de la couverture de Crétacé supérieur et de Nummulitique du compartiment des Laÿs qui a glissé par gravité vers le Nord-Nord Est, sur la charnière urgonnienne effondrée du compartiment du Rocher Blanc. On peut d'ailleurs observer l'amorce du même phénomène sur l'autre rive de l'Arve, à l'extrémité Nord des falaises d'Arâches.

Dans les falaises et les bois qui dominent l'Arve, au-dessus de Bareys et de Chamonix, l'étude des affleurements apporte d'autres enseignements. Le cœur urgonien du Rocher Blanc, emballé par le Gault et le Sénonien, marque l'avance extrême du pli III des Aravis sur le synclinal pincé de la Frasse-la Plagne.

Un jeu de failles en queue de cheval sépare ce compartiment de celui des Laÿs. La plus méridionale, très oblique, met en contact le Sénonien du compartiment Rocher Blanc, au Nord, avec l'Hauterivien horizontal du noyau des Laÿs, au Sud. Dans la région du Bouattet, on observe au contact un lambeau pincé, fortement tectonisé, d'Urgonien et de Gault. Au-dessous de cette faille, devenue horizontale, nous retrouvons, à l'Ouest des chalets de « sous Radon », une falaise de Sénonien, très plissée, avec un peu d'Urgonien et de Gault à la base, formant un repli synclinal. Ces écailles-témoins jalonnent le plan de chevauchement du compartiment Rocher Blanc.

Une nouvelle faille horizontale Nord-Nord Est, faisant un angle aigu avec la précédente, limite l'ensemble d'un compartiment inférieur formé surtout d'Urgonien à noyau hauterivien. Cet Urgonien, enveloppé de Gault et de Sénonien à pendage général Nord-Est, descend vers le Queut où il s'incurve brusquement, formant une falaise de direction Est-Nord Est, située à peu près dans le prolongement de la grande faille du Rocher Blanc. Ce compartiment est chevauché du Sud au Nord par les compartiments des Laÿs, puis du Rocher Blanc.

Conclusions. — 1. L'extrémité N de la chaîne des Aravis ne correspond pas à la superposition normale de plis simples.

2. Les falaises qui dominent l'Arve à l'Ouest sont formées tout entières par les éléments disloqués de l'anticlinal III de Moret, qui chevauche le synclinal la Frasse-la Plagne et l'anticlinal du Queut (anticlinal de la Plagne, II de Moret, *loc. cit.*, *fig.* 16).

3. L'anticlinal III est décollé par rapport à son substratum, ce dont témoignent les failles horizontales observées (le Bouattet, les Vuardes) sous l'abrupt de la falaise des Aravis.

4. Au cours des efforts de traction qui se sont manifestés pendant la mise en place de cette unité, se sont formés des compartiments effondrés dans lesquels sa couverture sénonienne et nummulitique a glissé en se repliant sur elle-même.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Le noyau quiescent dans l'axe hypocotylé de* Phaseolus vulgaris *L.* Note de MM. **Maurice Hocquette** et **Victor Prudhomme**, présentée par M. Roger Heim.

Dans l'axe hypocotylé de *Phaseolus* les noyaux quiescents sont caractérisés par un enrichissement en substance chromatique et notamment en acide thymonucléique. Cette richesse chromatique varie avec la différenciation cellulaire, avec l'activité physiologique de la cellule. Celle-ci se manifeste par la formation de nucléoles et d'amas chromatiques surnuméraires. L'hyperactivité nucléolaire est en rapport avec l'activité trophique des cellules.

Tous les noyaux quiescents de l'axe hypocotylé de *Phaseolus* étudiés à l'aide de diverses techniques cytologiques (fixation par les liquides de Benda, Benda-Zweuw, Zenker; coloration par le violet de gentiane, l'hématoxyline, par les méthodes de Volkonsky et de Feulgen) présentent une caryolymphe absolument homogène. Les amas chromatiques sont de très petite taille, de forme presque ponctuelle; quatre ou cinq d'entre eux sont toutefois un peu plus volumineux et plus colorables que les autres.

Les granulations chromatiques de ces noyaux quiescents sont fréquemment en nombre supérieur à 22 (chez *Phaseolus* $2n = 22$) : on en compte de 23 à 36; elles sont toutes de taille sensiblement égale et l'on n'observe pas la diversité de forme et de volume qu'elles présentent chez *Cucurbita Pepo.*

Il est difficile, du seul point de vue morphologique, d'assimiler toutes ces granulations à des prochromosomes ou de considérer certaines d'entre elles comme des éléments chromatiques d'une autre nature.

Le nucléole, relativement volumineux, présente toujours une zone centrale peu chromatophile et une zone périphérique peu épaisse mais intensément chromatophile. Cette dernière apparaît, dans la majorité des cas, comme un liséré parfaitement régulier mais assez souvent elle se présente comme une écorce d'épaisseur variable et très irrégulière où se succèdent des dilatations et des contractions. Cet aspect de la périphérie du nucléole est sans doute en rapport avec l'activité nucléolaire que nous signalons plus loin.

Les deux zones de chromaticité différentes du nucléole s'observent encore sur celui-ci lorsqu'il est arraché du noyau par le rasoir; c'est une preuve qui vient s'ajouter à d'autres fournies ailleurs que la zone externe appartient bien au nucléole et même s'il ne s'agissait que d'un phénomène d'absorption il devrait se manifester aussi à la limite périnucléolaire de l'enchylème nucléaire.

Dans un même axe hypocotylé la chromatophilie du nucléole est variable suivant les tissus : elle est plus élevée dans la région vasculaire et endo-

dermique et dans l'épiderme que dans la zone médullaire et l'écorce. L'hyperchromatophilie nucléolaire apparente surtout à la périphérie du cylindre central, dans l'endoderme et dans l'épiderme, se marque nettement à l'hématoxyline et au violet de gentiane; elle s'accompagne de modifications dans les affinités habituelles par la technique de Volkonsky et par celle de Feulgen. Au Volkonsky normal ou modifié le nucléole apparaît azurophile, légèrement dans toute sa masse et fortement à la périphérie; au Feulgen le nucléole se teinte entièrement en rose plus ou moins violacé et sa bordure est plus colorée. On constate donc, par ces techniques, un enrichissement du nucléole en acide thymonucléique, en particulier de sa région périphérique.

Plusieurs auteurs (P. Dangeard, A. Eichhorn, etc.) ont décrit dans le noyau des cellules du méristème, un corps annexe très chromatique situé au voisinage du nucléole; il a été considéré comme étant de nature nucléolaire. Dans l'axe hypocotylé il est souvent possible d'observer l'existence de plusieurs globules périnucléolaires, quelquefois réunis à la périphérie nucléolaire par un fin tractus et laissant momentanément à leur niveau, après rupture, une expansion pédicellaire à la surface du nucléole. On peut suivre par une suite de transitions la transformation des bourgeons nucléolaires équivalant au corps annexe en nucléoles surnuméraires qui, dans des noyaux que leur volume ne distingue pas des autres, peuvent être au nombre de trois.

Si l'on peut suivre le passage des bourgeons nucléolaires au corps annexe et à ses équivalents, et de ceux-là aux nucléoles surnuméraires, on peut aussi assimiler, en raison de leurs affinités chromatiques qui s'affirment quelle que soit la technique de coloration utilisée (la ribonucléase a été employée et les résultats obtenus seront publiés ultérieurement) les proliférations nucléolaires et les corpuscules qui en sont issus, au moins lorsqu'ils sont de petite taille, aux amas chromatiques correspondant aux prochromosomes. Le nombre d'amas chromatiques supérieur à la caractéristique diploïdique pourrait avoir cette origine. La taille exiguë des prochromosomes de *Phaseolus* rend difficile une interprétation rigoureuse d'une part de l'augmentation des amas chromatiques offrant de grandes analogies avec les prochromosomes, d'autre part de leur origine et de celle des nucléoles surnuméraires.

Quoi qu'il en soit l'axe hypocotylé de *Phaseolus* se présente comme une région où les noyaux quiescents sont caractérisés par un enrichissement, par rapport aux noyaux interphasiques des méristèmes, en substance chromatique et notamment en acide thymonucléique. La richesse chromatique de ces noyaux varie avec la différenciation cellulaire, avec l'activité physiologique de la cellule. Celle-ci se manifeste par la formation de nucléoles et d'amas chromatiques surnuméraires qui est liée au bour-

geonnement nucléolaire. L'hyperactivité nucléolaire, l'accumulation d'acides nucléiques combinés est en rapport avec l'activité trophique des cellules.

Les phénomènes décrits sont à rapprocher de ceux qui ont été signalés précédemment chez *Cucurbita Pepo* (M. et Mme M. Hocquette et M. Hocquette).

TÉRATOLOGIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur les tumeurs héréditaires de certains hybrides interspécifiques de* Nicotiana. Note de M. **Camille Izard**, présentée par M. Louis Blaringhem.

A la suite des recherches que nous avons entreprises sur les tumeurs héréditaires de certains hybrides interspécifiques de *Nicotiana* [1], nous avons mis en évidence deux processus distincts en ce qui concerne l'origine des néoplasmes. D'une part, ce que nous proposons d'appeler la « néoplasie directe », c'est-à-dire le développement d'une excroissance, à partir d'un méristème normalement situé, et d'autre part, la « néoplasie indirecte », c'est-à-dire la formation d'une tumeur à partir de blessures plus ou moins profondes de certains organes (feuilles en particulier).

Les tumeurs de bourgeons se développent par néoplasie directe à partir de méristèmes dont l'activité morphogène se trouve déviée dans le sens hyperplasique; cette déviation a lieu, le plus souvent, au moment de la phase pré-florale et se traduit, tout au moins au début, par une parenchymatisation irrégulière de l'apex; parenchymatisation qui définit de nouvelles zones de méristème fonctionnant par la suite d'une manière autonome. Il existe donc un remaniement profond de ces méristèmes qui prennent la valeur de « centres tératogènes ».

Les tumeurs de racines ont une origine profonde et dérivent le plus souvent des méristèmes des jeunes racines en voie de formation.

Les tumeurs qui se développent sur des lésions, relèvent de la néoplasie indirecte. Elles mettent, en évidence, la très grande plasticité des tissus qui constituent les organes des hybrides tumoraux. Dans ce dernier cas, le point de départ du néoplasme, consiste en une « dédifférenciation » cellulaire (tissu palissadique par exemple) qui rappelle les phénomènes connus de la régénération.

Les tumeurs spontanées des *Nicotiana* ne produisant jamais de racines, nous avons cherché à étudier le potentiel rhizogénique de l'hybride *N. glauca* Grah. × *N. Langsdorffii* Weinm. à partir de fragments de tiges et de feuilles isolées, en survie. Castan [2] avait obtenu le bouturage d'éléments de tige prélevés sur le même hybride, après traitement à l'aide d'une

---

[1] *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 877

[2] *Thèse Docteur ès Sciences*, Paris, 1940.

solution d'acide α-naphtalène acétique. Ce même chercheur avait également essayé, sans succès, le bouturage des feuilles. En ce qui nous concerne, nous avons traité les boutures de tige et les feuilles, à l'aide de solutions aqueuses d'acide β-indolacétique et d'acide α-naphtalène acétique, aux concentrations de 10, 50 et 100 mg de produit par litre; les durées de trempage dans les solutions actives étant selon les lots, de 12 ou 24 h, avant la mise en place sur eau pure.

Dans le cas des boutures de tige, nous avons observé une intense rhizogénèse, notamment avec l'acide β-indolacétique, employé à raison de 50 mg : l pendant 24 h. Sur les feuilles, trois jours après les traitements, nous avons noté l'apparition de petites tumeurs pustuleuses et verdâtres, sur ou au voisinage des nervures, plus particulièrement là où s'était produite une lésion. Ces tumeurs apparurent aussi bien sur les feuilles traitées que sur les feuilles témoins; en aucun cas, le traitement par les substances de croissance indiquées ci-dessus, ne modifia dans un sens ou l'autre, les processus néoplasiques des feuilles traitées par rapport aux feuilles témoins. Par contre, nous avons obtenu, pour la première fois à notre connaissance, la néoformation de racines sur les feuilles isolées, après traitement auxinique seulement. En effet, donnèrent des racines les feuilles traitées à l'acide β-indolacétique, à raison de 10, 50, 100 mg : l pendant 24 h et les feuilles traitées à l'acide α-naphtalène acétique, aux mêmes concentrations pendant 12 h. Les racines prirent naissance, de part et d'autre, de la nervure centrale, soit sur la face supérieure, soit sur la face inférieure, et également sur les nervures secondaires, du côté basal des feuilles. En aucun cas, les racines ne prirent naissance à partir des tumeurs.

Étant donné que nous n'avons jamais observé de racines sur les feuilles témoins et que le traitement aux substances de croissance provoque une intense rhizogénèse, nous supposons que les feuilles de l'hybride sont en déficience auxinique et que la réaction de fixation de la rhizocaline ne peut avoir lieu. En outre, étant donné que ce même traitement ne modifie pas les processus tumoraux des feuilles traitées par rapport aux feuilles témoins, nous pensons qu'il existe un complexe chimique spécifique, responsable de la tumorisation et déterminé génétiquement.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Action d'un extrait liquide de graines de Maïs immatures (lait de Maïs), sur la croissance des tissus de tubercules de Topinambour cultivés* in vitro. Note de MM. **Georges Netien** et **Gildas Beauchesne**, présentée par M. Maurice Javillier.

Nous avons fait part [1] de l'action sur la croissance des tissus de Carotte

[1] G. Netien, G. Beauchesne et Ch. Mentzer, *Comptes rendus*, 233, 1951, p. 92.

cultivés *in vitro*, d'un extrait liquide de graines de Maïs immatures dit « lait » de Maïs. Ce « lait » de Maïs stimulait d'une manière très importante la prolifération de ces tissus. Cet extrait contenait des auxines. Nous avons voulu, en nous adressant à des tissus végétaux incapables de proliférer sans auxines, déterminer quelle part pouvait revenir à ces substances dans le développement de ces tissus cultivés sur extrait de Maïs.

Dans un extrait de Maïs récolté en juillet-août 1951 et stérilisé 20 mn à 120°, nous avons fait déterminer la teneur en substances auxiniques. Ce dosage fait au moyen de la méthode du test-Avoine par Mlle Kulescha, a décelé une concentration de ces substances équivalant à 4×10^{-5} d'acide indolacétique.

Nous nous sommes adressés dans cette série d'expériences aux tubercules de Topinambour dont les tissus ne peuvent à peu près pas croître *in vitro* sans substances auxiniques (2). Ceci devait nous permettre de comparer l'action sur les cultures, des concentrations d'acide indolacétique correspondant aux auxines apportées par l'extrait de Maïs ajouté au milieu de base. Ce milieu de base était celui de R.-J. Gautheret, légèrement modifié : liquide de Knop dilué au demi, auquel on ajoutait 1 % de gélose et 5 % de glucose. A partir de ce milieu, nous avons préparé les séries de cultures suivantes : 1° Une série témoin sans acide indolacétique ni extrait de Maïs. 2° Trois séries aux concentrations : 10^{-5}, 4×10^{-6} et 2×10^{-6} d'acide indolacétique, correspondant aux quantités d'auxines qu'apportait l'extrait de Maïs dans les milieux suivants. 3° Trois séries dont les milieux comprenaient respectivement : 25, 10 et 5 % d'extrait de Maïs.

Tous ces milieux ont été stérilisés 20 mn à 120°, puis ensemencés de fragments de tubercules de Topinambour (12 par série) pesant en moyenne 5 000 mg. Au bout de 30 jours de culture, les fragments furent pesés de nouveau, et l'accroissement calculé par différence entre le poids initial et le poids final. Pour permettre une plus juste estimation des différences de croissance, dans le tableau suivant, nous avons tout rapporté à 1000 mg de culture initial et nous donnons deux indices d'accroissement, l'un par rapport au témoin, l'autre par rapport à la moyenne des rendements avec l'acide indolacétique. Notons qu'aux concentrations utilisées ici pour cette substance, les différences ne sont pas très notables.

Ce tableau montre : 1° que les tissus de tubercules de Topinambour cultivés *in vitro* sans acide indolacétique ni extrait de Maïs ne se développent pratiquement pas; 2° l'acide indolacétique aux concentrations utilisées favorise nettement la prolifération des tissus, mais : 3° l'accrois-

---

(2) R. J. GAUTHERET, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 24, 1942, p. 23.

sement des cultures faites sur les milieux contenant de l'extrait de Maïs à 5, 10 et 25 %, est, par rapport à l'accroissement donné par l'acide indolacétique, respectivement 2,7, 3,8, 4,2 fois plus important.

Nature du milieu.	Poids final rapporté à 1000 mg.	Accroissement rapporté à 1000 mg.	Indice absolu.	Indice relatif à l'acide indole-acétique.
Témoin sans acide indolacétique ni extrait de Maïs........	1 200	200	0,2	–
Avec ac. indolacétique (moy.)...	3 200	2 200	2,2	1
Maïs 5 %....................	7 000	6 000	6	2,7
» 10 %....................	9 500	8 500	8,5	3,8
» 25 %....................	10 300	9 300	9,3	4,2

Les auxines ne peuvent donc être tenues pour seules responsables de l'important développement des tissus cultivés *in vitro* sur milieu contenant l'extrait de Maïs. Nous pensons, à la suite d'autres expériences en cours, qu'il s'agirait d'une action corrélative de plusieurs substances.

Notons que, suivant l'époque où l'extrait de Maïs est récolté, la teneur en auxine varie, et peut-être aussi la teneur en cet autre (ou ces autres) principe(s) actif(s). Remarquons que les tissus de Carotte, plus sensibles à l'acide indolacétique avaient leur maximum de croissance à 10 % d'extrait (1). Enfin, il nous semble que l'extrait de Maïs est nettement plus actif que le lait de Coco, étudié par Louis Duhamet (3).

PHYSIOLOGIE. — *La discrimination du plan de polarisation de la lumière par l'œil de l'Abeille.* Note (*) de Mlle **Paulette Berger** et M. **Jacob Segal**, transmise par M. Robert Courrier.

On sait que certains insectes, notamment les abeilles et les fourmis, sont capables de s'orienter suivant le plan de polarisation de la lumière du ciel. Il a été admis que les plaques de chitine transparente qui couvrent chaque ommatidie de l'œil et forment, dans leur ensemble, la cornée à facettes, possèdent une biréfringence suffisante pour déterminer un plan d'extinction tout au moins partielle et que les huit cellules allongées, entourant le rhabdome et habituellement considérées comme étant les cellules sensorielles, permettent la discrimination de l'image produite par ce microanalyseur.

Un tel mécanisme supposerait l'existence, dans chaque cornée individuelle, d'une structure lamellaire concentrique. Or, l'examen des coupes

(3) *Comptes rendus*, 229, 1949, p. 1353.

(*) Séance du 3 mars 1952.

nous révèle des lamelles orientées parallèlement à la surface de l'œil. L'examen au microscope polarisant de cornées d'abeille isolées et nettoyées des pigments qui y adhèrent montre, comme il fallait s'y attendre, l'absence complète de biréfringence annulaire.

Par contre, on observe, sur ces préparations, un autre type de biréfringence. Dans les cornées disséquées en entier et présentant, de ce fait, une forte courbure, la partie centrale, orientée perpendiculairement aux rayons lumineux, reste sombre dans le champ du microscope polarisant, tandis que la périphérie, où l'incidence de la lumière est oblique, s'éclaire fortement en présentant une croix d'extinction typique. Dans les préparations où la cornée a été découpée en bandes et aplatie convenablement, la biréfringence marginale disparaît. Elle n'est donc pas due à des particularités des structures marginales, mais à l'incidence des rayons lumineux pénétrant dans une structure lamellaire.

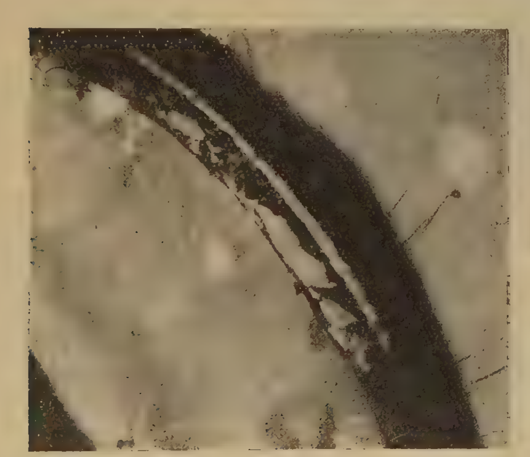



Fig. 1.

Les ommatidies de l'œil composé de l'Abeille ne sont sensibles qu'aux rayons lumineux pénétrant dans le sens de leur axe. Dans la partie centrale de l'œil, la cornée est orientée perpendiculairement à cet axe, l'incidence des rayons y est donc normale, et la biréfringence ne s'y manifeste pas. Mais dans la périphérie, la cornée n'est pas perpendiculaire à l'axe et l'incidence des rayons peut atteindre 45°. Dans un tel appareil, l'image du ciel doit présenter, à la périphérie du champ visuel, des zones d'extinction pouvant servir d'éléments d'orientation à l'insecte.

L'examen de l'œil d'Abeille au microscope polarisant révèle l'existence d'un autre organe pouvant remplir la même fonction. L'œil est entouré d'une bande de chitine translucide et fortement biréfringente qui tranche sur le fond opaque de la chitine constituant la carapace de l'insecte. La figure 1 présente une partie de l'œil entouré de cette bande translucide,

photographiée en deux positions entre nicols croisés. Le déplacement de la zone d'extinction indique clairement l'existence d'une structure lamellaire inclinée par rapport à la surface du tégument et concentrique par rapport à l'œil. L'examen des préparations montées à sec révèle l'existence, à la face intérieure, d'une structure en facettes suggérant l'existence de récepteurs sensoriels dans les couches sous-jacentes. La figure 2 montre un fragment du bord de l'œil permettant de distinguer les facettes dans la bande marginale.

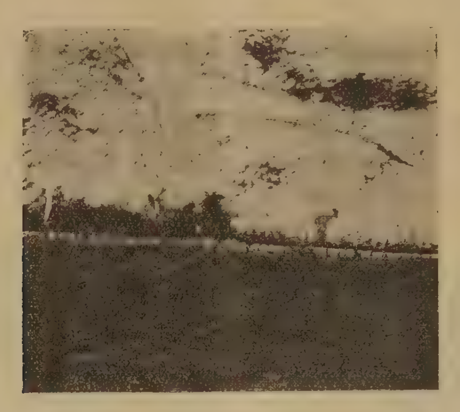


Fig. 2.

Un tel appareil serait susceptible de servir de boussole à lumière polarisée. Par rapport au mécanisme décrit précédemment, il présenterait l'avantage d'une plus grande acuité, l'inclinaison des lamelles étant grande et homogène sur tout le pourtour de l'œil, mais la coloration brunâtre de la bande marginale doit se répercuter défavorablement sur la sensibilité.

Il s'avère donc que l'œil de l'Abeille dispose d'au moins deux structures suggérant une possibilité de discrimination du plan de polarisation de la lumière. Toutes les deux impliquent la comparaison entre les niveaux d'excitation dans différentes parties du champ visuel. Par contre, rien dans la structure de l'œil n'indique la possibilité d'une polarisation différentielle dans le cadre d'une ommatidie unique.

ZOOLOGIE. — *Métamorphose de la larve cypris du Rhizocéphale* Gemmosaccus sulcatus *Lilljborg*. Note de M. **André Veillet**, présentée par M. Louis Fage.

Le Rhizocéphale *Gemmosaccus sulcatus* Lillj. est relativement commun sur les côtes de France où il parasite les Pagures appartenant aux genres *Eupagurus* (*cuanensis* Thomps., *Prideauxi* Leach, *excavatus* Herbst) et *Anapagurus* (*chiroacanthus* Lillj., *Hyndmanni* Thomps.). Appelé tour à tour

Peltogaster, *Chlorogaster*, puis *Gemmosaccus*, le parasite qui, par son sac externe ressemble à un *Peltogaster*, s'en distingue, en réalité, par toute une série de caractères. Ainsi chez *Peltogaster* on n'observe généralement qu'un sac externe : la présence de plusieurs sacs est un fait relativement rare qui ne peut s'expliquer que par une infestation multiple ou par un bourgeonnement (1) et d'ailleurs les sacs sont alors à des stades différents et de taille inégale. Chez *Gemmosaccus* il y a toujours plusieurs sacs externes sur le même hôte tous au même stade et de même taille. Chez *Peltogaster* les sacs externes donnent de nombreuses pontes; chez *Gemmosaccus* les sacs donnent une ou deux pontes puis tombent et sont remplacés par une nouvelle série de sacs en général plus nombreux. Ch. Perez (2) a montré que chaque poussée de sacs dérive d'un massif unique par bourgeonnements successifs. Par la présence constante de plusieurs sacs externes, tous au même stade, le genre *Gemmosaccus* est à rapprocher du genre *Thompsonia* ou de l'espèce *Sacculina gregaria*, mais le remplacement des sacs n'a été observé jusqu'ici que chez *Gemmosaccus* et *Thompsonia*. Enfin, chez *Peltogaster*, le sac externe n'est pas soudé à la chitine de l'hôte, mais accroché par une sorte de virole, tandis que chez *Gemmosaccus*, les sacs externes sont soudés à la chitine de l'hôte comme chez la Sacculine.

J'ai pensé que les phénomènes de métamorphose permettraient peut-être de déterminer la parenté de *Gemmosaccus*, soit avec les Sacculinidés, soit avec les Peltogastridés. Déjà (3), j'ai montré que la métamorphose d'un Peltogaster (*Septosaccus cuenoti* Dub.) était nettement différente de celle de *Sacculina carcini* découverte par Delage (4) : s'il existe une larve kentrogone, elle ne ressemble en rien à celle de la sacculine et, au lieu de se fixer à la base des soies, elle se plaque contre la paroi de l'hôte, là où la chitine est amincie.

Je viens d'obtenir le développement et la fixation de la cypris de *Gemnosaccus sulcatus*, à la Station biologique de Roscoff, où les conditions d'élevage des larves sont particulièrement favorables (5), j'ai élevé les larves des parasites de trois hôtes seulement; elles se sont transformées en cypris, mais, seules, se sont fixées celles qui provenaient des parasites d'un de ces trois hôtes. La métamorphose de la cypris de *Gemnosaccus* est identique à celle de la Sacculine.

Les nauplius sont caractérisés à l'éclosion par deux paires de gouttelettes huileuses jaune orangé, placées à droite et à gauche dans la région

---

(1) *Ann. Inst. Océanographique*, 22, fasc. 4, 1945.
(2) *Titres et travaux scientifiques*, II, Paris, Hermann, 1935,
(3) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 957.
(4) *Arch. Zool. Exp. Gén.*, II, 2e série. 1884.
(5) *Bull. Inst. Océan. Monaco*, n° 990, 1951.

médiane du corps. Seuls les stades 2 et 3 possèdent un « flotteur » comparable à celui que j'ai décrit chez les larves de plusieurs Peltogastridés ([6]). Au sixième jour, les cypris éclosent : elles ont 0,3 mm de long. L'œil, unique, est particulièrement gros, brun rouge. La larve est à peine colorée par des gouttelettes jaune orangé ou vertes et des granulations vertes ou roses : malgré cela, elle est transparente et très difficile à repérer sur l'hôte (*Eupagurus cuanensis*), qui est vivement coloré en rouge.

Trois jours plus tard, les cypris se fixent à la base des soies qui couvrent les appendices. Elles se fixent comme les cypris de la sacculine dans l'angle aigu fait par la paroi et la soie, mais elles sont presque couchées contre la carapace. La musculature thoracique et les appendices sont éliminés, mais, contrairement à ce que l'on observe chez la sacculine, l'œil n'est pas expulsé et passe dans la kentrogone où il se désagrège et forme une masse brunâtre. Ce stade mesure 0,13 mm de long. Moins de 24 h après la fixation, le trocart est formé et commence à s'introduire dans le Pagure par la base de la soie.

En résumé, *Gemmosaccus sulcatus*, par la forme de son sac externe et par sa larve nauplius munie d'un flotteur, s'apparente aux Peltogastridés; mais par la métamorphose de sa cypris, en particulier par le stade kentrogone et par la soudure des sacs externes à la chitine de l'hôte, il rappelle la Sacculine. Le genre *Gemmosaccus* est donc, par certains traits, intermédiaire entre les Peltogastridés et les Sacculinidés. Il s'en écarte nettement par le remplacement successif de ses sacs externes et par le nombre réduit de pontes qu'ils donnent.

BIOLOGIE. — *Les régressions de la crête du Coq : courbe réduite amortie critique.* Note (*) de MM. **Charles M. Gros**, **Jacques Benoit** et **François X. Walter**, transmise par M. Robert Courrier.

Les régressions de la crête du Coq, chez des animaux différents dans des conditions expérimentales variées, suivent la loi du mouvement amorti critique : les points expérimentaux en coordonnées réduites se disposent suivant une seule et même courbe.

L'hypothèse mathématique des involutions de la crête se ramène à une équation différentielle : $my''+py'+qy=0$, type mouvement critique amorti : les constantes dépendent de l'individu au moment de l'expérience ([1]) : $b=\sqrt{q/m}=p/2m$. L'intégration avec de telles notations donne la

---

([6]) *Ann. Inst. Océanographique*, 21, fasc. 4, 1945.

(*) Séance du 10 mars 1952.

([1]) Ch. Gros et F. X. Walter, *Comptes rendus*, 234, 1952, p. 136.

solution réelle

(1) $$y = [y_0 + (v_0 + by_0)t]e^{-bt}$$

y, élongation de la crête (en cm) à l'instant t (en jours); y_0, élongation initiale; v_0, vitesse initiale; elle peut être nulle ([2]) : régression après arrêt des injections d'hormones testiculaires chez le castrat; négative, le traumatisme de la castration coïncide parfois avec une variation négative à l'origine ([3]), la crête pouvant présenter le premier jour une diminution de l'ordre de 0,1 cm ([4]), ([6]); toutes les évolutions des castrats ont une représentation mathématique plus exacte avec un $v_0 < 0$ (Coq n° 1, L6) ([1]) : ($v_0 > 0$ n'est pas envisagée par définition). Cette courbe en coordonnées réelles représente avec précision les données expérimentales ([1]), ([2]), ([3]) : l'élongation est maximum $y_m = [y_0 + v_0/b]e^{-bt_m}$ au temps $t_m = (1/b_0)v_0/(v_0 + by_0)$ et la vitesse est maximum au temps t_i : (point d'inflexion; $t_i = (1/b)(2v_0 + by_0/v_0 + by_0)$; $b(t_i - t_m) = 1$.

Changement de variables. — Équation réduite : nouvelle unité de temps $1/b$: $\tau = bt$, $v_0 = b\omega_0$; origine des temps, au maximum : $\theta = bt_m = \omega_0/(\omega_0 + y_0)$; temps réduit $T = \tau - \theta$; unité de longueur : y_m; longueur réduite $Y = y/y_m$, donc

(2) $$Y = (1 + T)e^{-T}.$$

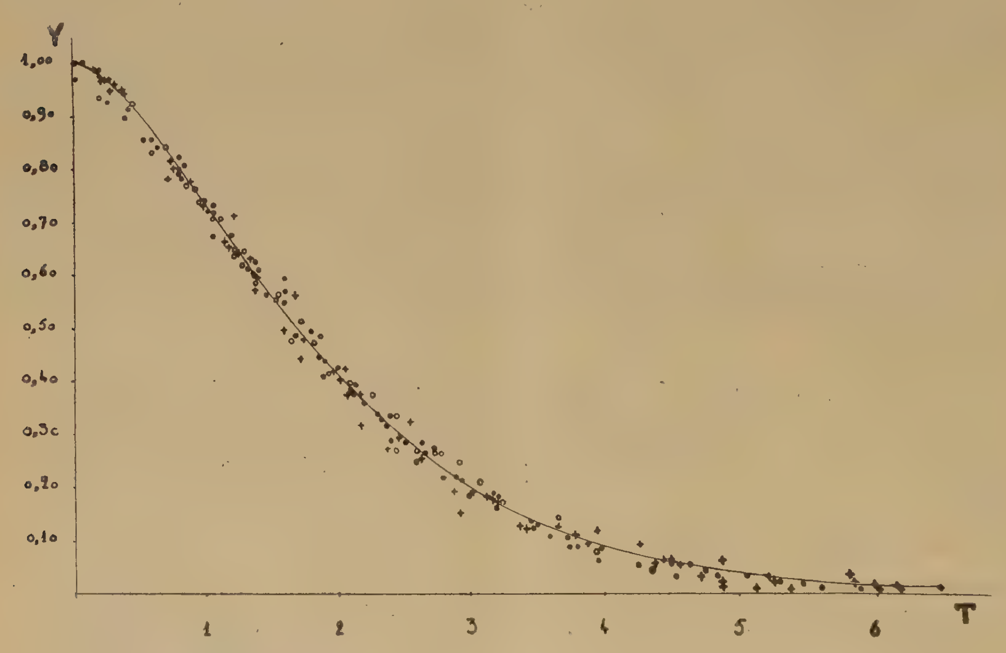
Courbe réduite amortie critique dont le point d'inflexion a lieu pour $T = 1$; la vitesse maximum $-0,3678$. Toutes les observations de régression de la crête du coq qui obéissent à (1) doivent vérifier (2), mais l'origine se déplace sur cette courbe suivant la valeur de θ, c'est-à-dire de v_0 par rapport à $1/2\, by_0$. (*Figure*, Tab.).

	Régression après castration +.							Régression après conditionnement prolongé o.		Régression après inunction unique o.	
Coqs...	N° 2 Pézard.	S. 2 G. W.	N° 17 Pézard.	L. 5 G. W.	L. 4 G. W.	L. 37 Benoit.	S. 1 G. W.	D. 11 G. W.	N° 4 Pézard.	D. 12 G. W.	D. 5 G. W.
$\frac{1}{b}$	8,25	9	9,1	15	15	17	20	3,75	10	6,25	5
ω_0	−0,414	−2,747	−1,428	−1,111	−1,483	−2,5	−2,904	0	0	0	0
θ	−0,154	−4,55	−0,854	−0,285	−0,321	−0,833	−5,85	0	0	0	0
v_0	−0,0501	−0,305	−0,109	−0,074	−0,098	−0,145	−0,1407	0	0	0	0
y_0	3,1	3,35	3,1	5	6,1	5,5	3,4	1,8	2,4	1,6	2,05
y_m	3,12	57,05	3,96	5,13	6,32	6,879	172,22	1,8	2,4	1,6	2,05
Crête neutre.	5,5	6,0	5,7	5,3	5,2	5,8	6,1	6,9	6,2	8,5	7,45

([2]) CH. GROS, J. BENOIT et F.-X. WALTER, *Société de Biologie de Strasbourg*, séance du 19 janvier 1952.

([3]) CH. GROS et F.-X. WALTER, *Société de Biologie de Strasbourg*, séance du 16 février 1952.

Cas particuliers. — 1° $v_0 = 0\,(\theta = 0)$: Coqs D 11, D 12, la crête est abandonnée à son involution sans vitesse initiale : le seul facteur étant la suppression de l'hormone testiculaire : cette régression présente donc un temps de latence et une vitesse extremum [1], [2]; 2° $1/2\,by_0 < v_0 < 0\,(-1 < \theta < 0)$:



Points expérimentaux en coordonnées réduites. Courbe théorique $Y = (I + T)\,e^{-T}$.

Coqs L 4, L 5, le phénomène débute entre l'extremum et le point d'inflexion, donc la vitesse de régression présente encore un maximum; 3° $v_0 \neq -1/2\,by_0\,(\theta \neq -1)$: Coq L 37, la régression commence brusquement, reste linéaire $y = y_0 + v_0 t$: quelque temps, indépendante de b; 4° $-by_0 < v_0 < -1/2\,by_0\,(-\infty < \theta < -1)$: Coq S 1, S 2. Nous n'avons pas observé le cas $v_0 < -by_0\,(\theta > 1)$.

L'involution de la crête après castration avait été représentée jusqu'à maintenant par l'expression parabolique de Pézard [5]; celle-ci est insuffisante [3]; le développement en série de (1) limité au troisième terme

$$y = y_0 + v_0 t - b\left(v_0 + \frac{by_0}{2}\right) t^2$$

explique que seules les régressions qui débutent immédiatement après le point d'inflexion $(v_0 + by_0/2) < 0$, suivent approximativement une formule parabolique dans un intervalle limité.

---

(4) A. Pezard, *Bull. Biol.*, 52, 1918, p. 72 et suiv.
(5) *Comptes rendus*, 164, 1917, p. 734.
(6) J. Benoit, *Arch. Zool. Exp.*, 69, fasc. 4, p. 241.

BIOLOGIE. — *Fixation sélective du radioiode dans la chorde dorsale de la Lamproie marine* (Petromyzon marinus marinus *L.*). Note de M. **Jacques Leloup**, transmise par M. Robert Courrier.

La chorde dorsale de la Lamproie marine possède une affinité pour l'iode qui se traduit par une forte teneur en iode et par une captation rapide du radioiode (^{131}I). Les autres halogènes (chlore et brome) ne sont pas concentrés par le tissu chordal.

L'emploi du radioiode chez la Lamproie marine nous a permis d'étudier la fonction thyroïdienne [1] et le métabolisme de l'iode dans les divers tissus. La thyroïde mise à part, deux tissus possèdent la capacité de concentrer cet élément : la chorde dorsale et les ovaires à un état très proche de la maturité. Nous n'envisagerons dans cette Note que la fixation de l'iode dans la chorde dorsale.

L'expérimentation a été effectuée en mai 1951 sur 9 Lamproies marines adultes (2 mâles et 7 femelles) de poids compris entre 660 et 1020 g, et capturées dans la Loire à Montsoreau lors de leur migration reproductrice. Ces animaux reçoivent dans la cavité générale 75 μc de ^{131}I sans entraîneur [2] et sont sacrifiés à des intervalles de temps compris entre 2 h et 8 jours après l'injection.

Les courbes de la figure 1 représentent en pourcentage de la dose injectée et par gramme de tissu les variations de la radioactivité de la chorde dorsale, chez le mâle et la femelle, du sang, du foie et du muscle chez la femelle, en fonction du temps. Les courbes concernant le sang, le foie et le muscle ont la même allure générale : la concentration en ^{131}I, maximum 2 h après l'injection, décroît ensuite rapidement pour aboutir à des valeurs extrêmement faibles trois jours après. Au contraire la radioactivité de la chorde dorsale, déjà supérieure à celle du foie et du muscle au temps 2 h augmente rapidement pour atteindre 0,35 % par gramme chez la femelle au temps 24 h; elle reste ensuite sensiblement constante jusqu'à 8 jours. Il est à remarquer que la fixation du radioiode dans la chorde est beaucoup plus élevée chez le mâle que chez la femelle (sensiblement le double). Ce fait s'explique aisément si l'on considère que l'ovaire dont la masse est considérable (environ 1/6 du poids corporel) capte lui aussi sélectivement le ^{131}I alors que le testicule en fixe très peu; la radioactivité du sang est ainsi plus élevée chez le mâle que chez la femelle aux mêmes temps.

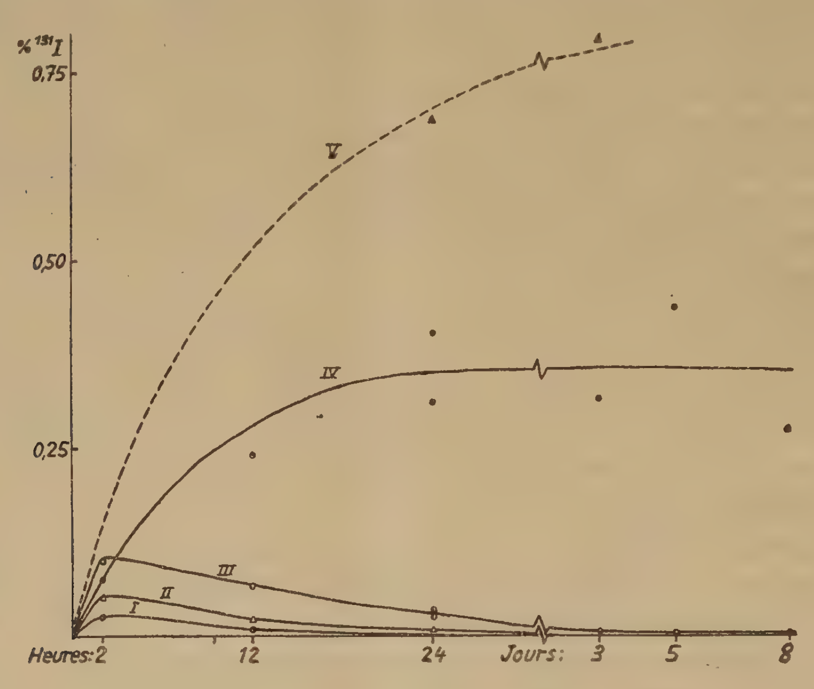
La quantité de radioiode fixé dans la chorde *in toto*, celle-ci représentant

---

(1) J. Leloup, *J. Physiol.*, 1952 (sous presse).

(2) Fourni par le Commissariat à l'Énergie atomique (pile de Châtillon).

environ 4 % du poids de l'animal, atteint chez la femelle 12,5 % de la dose injectée en 24 h et reste constante ensuite; chez le mâle la valeur correspondante est de 25 %. Ce sont surtout les cellules vacuolisées centrales qui fixent l'iode alors que la gaine élastique de la chorde en capte une moins grande quantité. Au point de vue chimique, la majeure partie du radioiode fixé est extraite par l'acide trichloracétique à 10 %.



Radioactivité des tissus de la Lamproie marine femelle (I : muscle, II : foie, III : sang, IV : chorde dorsale) et de la chorde dorsale de la Lamproie marine mâle (courbe V). Ordonnées : % de ^{131}I g de tissu. Abscisses : temps après l'injection de ^{131}I.

Malgré cette affinité de la chorde pour l'iode, il faut cependant noter que la thyroïde de la Lamproie marine garde un pouvoir prééminent de concentrer l'iode. C'est ainsi que les pourcentages de ^{131}I administré, fixé par milligramme de tissu, sont respectivement de 0,120 pour la thyroïde et de $0{,}35.10^{-3}$ pour la chorde 24 h après l'injection.

Cette capacité de la chorde à fixer l'iode, confirmée par le dosage chimique qui a révélé une teneur en iode très supérieure à celle des autres tissus, l'ovaire excepté, s'étend-elle aux autres halogènes ? Il semble que l'on puisse répondre par la négative. En effet l'injection de radiobrome ^{82}Br à une Lamproie n'a décelé aucune concentration élective de cet élément dans la chorde par rapport aux autres tissus. D'autre part des dosages de chlore ont montré que la teneur de la chorde en cet élément, si elle est supérieure à celle du muscle ou du foie, est voisine de celle du sang.

Cette propriété de la chorde est-elle spécifique de la Lamproie marine, ou s'étend-elle à d'autres espèces de Cyclostomes et à d'autres groupes zoologiques ? Nous espérons pouvoir fournir prochainement une réponse à cette question.

BIOLOGIE. — *La fécondation hémocœlienne chez* Prostemma guttula (Hemipt. Nabidæ). Note (*) de M. **Jacques Carayon**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

Lors de l'accouplement le sperme n'est pas injecté dans l'hémocœle, mais dans une poche accolée à la chambre génitale. La paroi de cette poche se perce localement peu après, et les spermatozoïdes sont libérés dans l'hémocœle; ils s'accumulent ensuite de façon à former des manchons entourant la base des ovarioles, et ne pénètrent dans ces derniers qu'à la période de ponte.

Chez *Prostemma guttula* (Fabr.), la paroi vaginale est perforée pendant l'accouplement par le pénis et le sperme est injecté, non pas dans l'hémocœle, mais dans une formation particulière, offrant de remarquables analogies avec la partie mésodermique de l'organe de Ribaga des *Cimicidæ*, et que je désignerai sous le nom d'*organe spermalège* (1). Il s'agit d'une poche qui coiffe du côté externe un diverticule antérieur de la chambre génitale, et qui délimite avec lui un espace clos rempli de sang et d'éléments variés (os, *fig.* 1 et 2).

La paroi de cette poche se présente chez la femelle adulte comme un épithélium à cellules serrées, réparties sur un ou deux rangs, et que double intérieurement une couche anhiste assez épaisse d'une substance *non chitineuse*. Dans la poche se trouvent des trachées, des fibres musculaires et de nombreux hémocytes accompagnés de cellules groupées pour la plupart en sphères creuses, libres ou seulement accolées les unes aux autres. Ces cellules possèdent de grandes vacuoles fortement colorables par le rouge neutre, et qui se chargent d'inclusions colloïdes après l'injection de sperme dans l'organe spermalège.

Celui-ci se forme dans les derniers jours de la vie larvaire des femelles, et s'achève peu après la mue imaginale. Il est représenté au début par une lacune sanguine accolée d'une part à l'ébauche de la chambre génitale, et entourée d'autre part de tissu adipeux normal. Le nombre des hémocytes augmente dans la lacune, puis les adipocytes qui bordent directement celle-ci perdent peu à peu leurs enclaves, se divisent activement et forment une couche pariétale distincte du tissu adipeux environnant. Aussitôt

---

(*) Séance du 10 mars 1952.

(1) De σπέρμα semence, et λέγω je recueille.

après la mue imaginale (*fig.* 2), les cellules de cette couche commencent à sécréter du côté interne, où leur cytoplasme est très dense, la substance anhiste mentionnée plus haut; quant aux cellules libres dans le sang à l'intérieur de la poche, elles subissent de nombreuses mitoses, et certaines d'entre elles se groupent en masses sphériques creuses, dont le nombre s'accroît dans les jours suivants, tandis que la couche anhiste pariétale s'épaissit beaucoup.



Prostemma guttula. — Portions de coupes sagittales de femelles : 1. région antérieure de la chambre génitale 4 h après l'accouplement; 2. même région 24 h après la mue imaginale; 3. base d'un ovariole 48 h après l'accouplement. *cg*, chambre génitale; *cj*, corps jaune; *m*, manchon spermatique; *os*, organe spermalège; *p*, pédicule de l'ovariole; *t*, trouée temporaire dans la paroi de l'organe spermalège; *sp*, spermatozoïdes.

Lors de l'accouplement, la paroi de la chambre génitale est toujours perforée dans la région, où elle est doublée par l'organe spermalège. Celui-ci est plus ou moins distendu par le sperme qu'il reçoit. Environ une heure plus tard, *sa paroi ventrale se perce localement*, et par la trouée ainsi faite les spermatozoïdes passent dans l'hémocœle (*fig.* 1); ils s'y dispersent largement pendant quelques heures, puis se groupent autour des oviductes et des pédicules des ovarioles. Au niveau de ces derniers, ils traversent la membrane péritonéale par des lacunes temporaires, qui semblent se refermer derrière eux, et en s'accumulant dans le sang qui remplit l'espace sous-péritonéal, ils constituent des « manchons spermatiques » dont la figure 3 montre la disposition.

La plupart des femelles sont fécondées vers la fin de l'été, alors que leur

mue imaginale est récente, et les spermatozoïdes demeurent dans ces manchons au moins jusqu'à la période de ponte au printemps de l'année suivante; l'examen *in vivo* montre qu'ils y sont mobiles.

Lorsqu'approche la maturité sexuelle, les spermatozoïdes franchissent par petites quantités la paroi interne du pédicule ovarien au niveau d'un étroit pli annulaire que forme cette paroi en dessous du « corps jaune », et ils parviennent dans la lumière du pédicule où les œufs seront fécondés.

Un jour ou deux après un accouplement, les trouées dans les parois de la chambre génitale et de l'organe spermalège sont cicatrisées, et il ne reste plus aucun spermatozoïde dans l'hémocœle. La plupart d'entre eux se sont groupés dans les manchons spermatiques, et paraissent n'y être jamais résorbés; d'autres, en bien moindre abondance, sont demeurés dans l'organe spermalège, où ils sont peu à peu phagocytés par des hémocytes.

Une même femelle peut s'accoupler plusieurs fois, à chacune desquelles les processus se déroulent de la même façon.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Hétéromorphoses et hémihétéromorphoses chez la planaire marine* Procerodes lobata *O. Schmidt*. Note de M[lle] **Rosine Chandebois**, présentée par M. Maurice Caullery.

La production de queues hétéromorphiques et hémihétéromorphiques (coexistant avec une demi-tête) chez *Procerodes lobata* est influencée par le niveau de la section et la taille des fragments. Elle ne peut être attribuée à une ségrégation du corps en plusieurs territoires morphogénétiques.

La régénération antérieure, à la suite de sections transversales du corps chez *Procerodes lobata* fournit assez fréquemment : 1° des queues hétéromorphiques; 2° des anomalies, que je désignerai par le terme d'*hémihétéromorphose*, consistant en une queue hétéromorphique insérée sur une moitié droite ou gauche de la surface de section, l'autre moitié régénérant une demi-tête qui se complète par la suite.

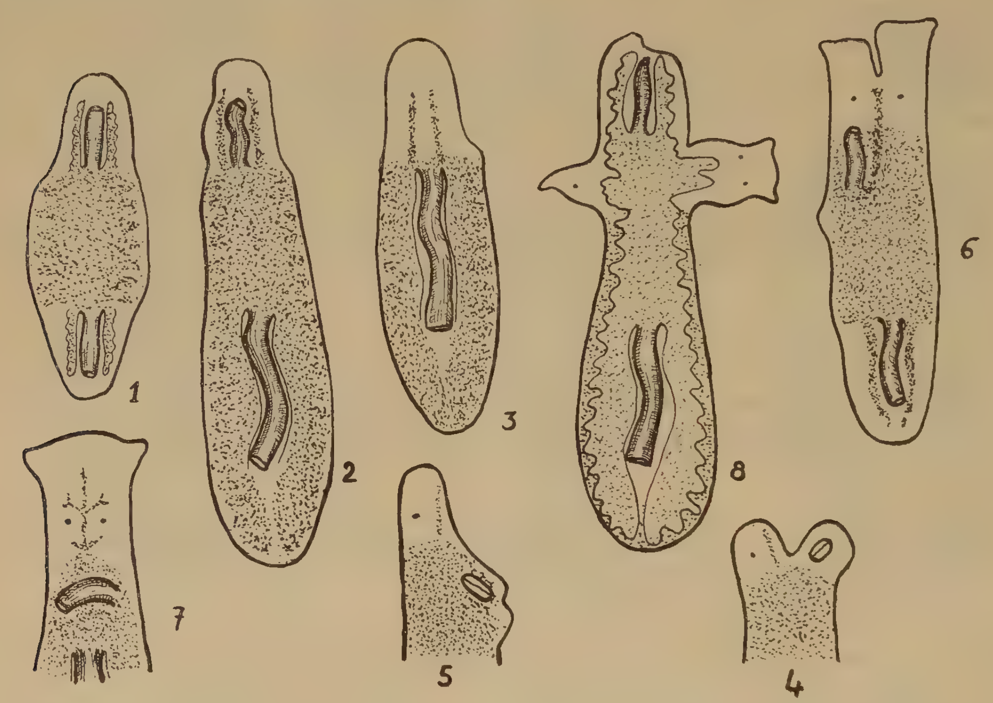
1. *Hétéromorphoses*. — J'ai obtenu des queues hétéromorphiques pourvues d'un pharynx orienté en sens inverse du pharynx normal dans des fragments de la région prépharyngienne du corps limités par deux sections transversales et maintenus en eau de mer normale à 25° (*fig.* 1). Cette hétéromorphose a été signalée par Lus (¹) chez *Cercyra papillosa*.

Dans des conditions expérimentales particulières, notamment chez des individus dont la régénération était demeurée longtemps inhibée par l'hypertonie à basse température, j'ai constaté, après retour à des condi-

(¹) *Arch. f. Entw. Mech.*, **108**, 1926, p. 203.

tions normales, le même phénomène à la suite d'une section unique passant immédiatement derrière la tête (*fig.* 2).

Les sections transversales faites au niveau de la base du pharynx ne sont généralement pas suivies de régénération; elles fournissent cependant, dans certains cas, des queues hétéromorphiques qui évoluent de façon particulière : un pharynx apparaît dans les parties anciennes; puis s'atrophie rapidement. La queue hétéromorphique ne renferme finalement que deux cæcums intestinaux (*fig.* 3).



Dans les régions post-pharyngiennes, quand il y a régénération, on obtient des queues hétéromorphiques sans pharynx.

2. *Hémihétéromorphoses.* — Les formations hémihétéromorphiques, dont Lus [1] avait signalé un cas unique chez *Procerodes*, peuvent évoluer selon deux types :

a. dans un premier type, les deux blastèmes se développent simultanément sur les deux moitiés de la section et, dans le blastème hétéromorphique, le pharynx apparaît au milieu du régénérat (*fig.* 4);

b. dans un deuxième type, le régénérat hémihétéromorphique est en retard sur l'autre moitié; son pharynx se différencie dans les tissus anciens et peut être orienté obliquement par rapport à l'axe du corps (*fig.* 5).

Ces formations apparaissent avec une fréquence supérieure à 10 % en milieu normal, le premier type, dans les morceaux longs limités par une section comprise entre la tête et le début du pharynx; le deuxième type

dans des morceaux provenant de la région pharyngienne. Des hémihétéromorphoses du deuxième type ont été obtenues, mais très exceptionnellement, en milieu hypertonique.

J'ai observé, dans quelques cas, à la suite d'une régénération tardive, l'apparition, dans les parties anciennes, d'un pharynx supplémentaire d'orientation *inversée* ou transversale (*fig.* 6-7). Ces anomalies débutent comme une hémihétéromorphose du deuxième type, dont la queue serait très retardée et se fusionnerait avec la demi-tête en voie de régulation latérale. Le pharynx supplémentaire est, dans le cas extrême, le seul indice de cette hétéromorphose, superposée en quelque sorte à la régénération normale.

La production des hémihétéromorphoses semble conditionnée par une certaine *indépendance* des moitiés droite et gauche du corps, phénomène qui se manifeste aussi dans la production de régénérats de têtes asymétriques ([2]).

3. Les formations hétéromorphiques et hémihétéromorphiques sont quelquefois le siège de phénomènes morphogénétiques tardifs. Il peut se développer, perpendiculairement à l'axe du corps, une ou deux têtes plus ou moins normales (*fig.* 8). Ces phénomènes paraissent bien indépendants de tout traumatisme déclenchant un « appel de néoblastes ». D'autre part, ces régénérations tardives de têtes à la base de queues hétéromorphiques, de même que la présence d'une tête et d'une queue sur la même surface de section dans les hémihétéromorphoses, conduisent à rejeter, chez cette Planaire, toute interprétation de l'hétéromorphose polaire fondée sur l'existence de « territoires morphogénétiques » à potentialités restreintes.

Il apparaît que la détermination des régénérats normaux ou hétéromorphiques est influencée dans une certaine mesure par les conditions de milieu. En effet, l'eau de mer hypertonique, à une température de 25°, inhibe totalement la formation d'hétéromorphoses et presque totalement celle des hémihétéromorphoses.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur le rôle de l'épiderme dans l'orientation des régénérations chez un têtard d'Anoures,* Alytes obstetricans. Note de M. **Maurice Lecamp**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

Dans une Communication précédente ([1]), chez le têtard du Crapaud accoucheur, *Alytes obstetricans,* nous avons exposé le rôle de l'épiderme du territoire de régénération de l'ébauche du membre postérieur : en situa-

---

([2]) R. Chandebois, *Comptes rendus*, **231**, 1950, p. 1347.

([1]) *Comptes rendus*, **232**, 1951, p. 892.

tion hétérotopique, l'épiderme seul ne peut régénérer l'appendice; par ailleurs, le territoire comportant un épiderme étranger conserve le pouvoir de régénérer sous la condition d'une régulation préalable de l'anatomie de la région. Une part prépondérante dans l'édification du régénérat appartient aux constituants du territoire autres que l'épiderme. Toutefois, en raison de la situation de l'ébauche du membre dont la base, au stade de « cône », n'a pratiquement pour support que l'épiderme, nous avons recherché si celui-ci ne conditionnait pas, au moins, l'*orientation* du régénérat. A cet effet, l'épiderme est découpé très largement au pourtour de l'ébauche, séparé des tissus sous-jacents et remis en place, sur le même plan, en en modifiant l'orientation de 180°, la régénération de l'ébauche est provoquée par sa suppression totale (²).

34 opérations ont été pratiquées.
3 animaux ont fourni des résultats incomplets inutilisables.
15 ont régénéré un membre simple normal.
7 n'ont pas régénéré.
9 ont formé des membres multiples qui se répartissent pour le seul côté opéré : 3 animaux comportent 2 appendices, 4 en comportent 3, 1 en comporte 4 et 1 en comporte 5.

Ces résultats sont à considérer sous trois aspects quant aux conditions qui les réalisent :

I. Le greffon épidermique forme, au début, une boursouflure relativement saillante qui s'atténue progressivement; les détails morphologiques du territoire se reconstituent, en particulier le creux pelvien au centre duquel la régénération s'établit. Le membre ainsi régénéré a une *orientation normale* malgré la désorientation préalable de l'épiderme du territoire.

II. Cette boursouflure persiste au long de la croissance de l'animal, il n'y a pas de régénération (³).

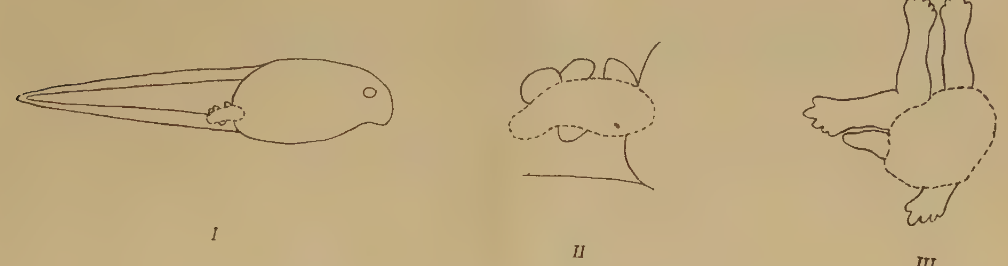
III. Comme dans le cas précédent, la même boursouflure subsiste, mais des régénérations multiples se forment à sa *périphérie*. Hormis une duplication et une triplication limitées aux segments distaux et où les parties proximales sont communes, les autres appendices sont indépendants sur toute leur longueur. De l'ensemble des 27 appendices multiples obtenus, 18 ont une latéralité conforme à celle de leur lieu d'implantation, ils sont harmoniques et se sont développés isolément les uns des autres; 6 ont une latéralité opposée, ils sont dysharmoniques et, pour au moins 5 de ceux-ci,

---

(²) L'opération est pratiquée d'un côté, l'ébauche symétrique seule est prélevée comme témoin.

(³) Comme dans l'expérience que nous rappelons au début, des ouvertures répétées, au centre de cette boursouflure, ne provoquent pas la régénération (Lecamp, *loc. cit.*, 1951).

l'ébauche de régénération s'est établie secondairement au contact d'une ébauche déjà formée qui a déterminé, chez celle-là, une latéralité opposée à la sienne. Enfin 3 appendices ne sont pas analysables. Nous schématisons (*fig.* I à III) le détail de la formation de tels appendices, dans un cas type. Il est vraisemblable que ces régénérations multiples se sont produites en des points de moindre cicatrisation de l'épiderme greffé.



I. — *En pointillé :* le greffon d'épiderme avec les régénérats à la périphérie. II et III. — Région seule, agrandie, du greffon et des ébauches au cours de leur développement.

Compte tenu des gênes réciproques qu'ils éprouvent au cours de leur croissance et de leur différenciation, indépendamment de 3 appendices, tous ces membres *régularisent* leur position par rapport à l'animal, ils sont normalement orientés.

L'expérimentation a permis aux éléments de la régénération de se localiser en divers points du territoire où ils forment des systèmes morphologiques totipotents. Le territoire de régénération est morphologiquement équipotentiel.

Tant dans les cas de régénérations simples que multiples, l'épiderme seul du territoire n'est pas déterminant des caractéristiques d'orientation de ces régénérations.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Mode d'action de la phényl-2 indanedione-1.3. Intervention sur un septième facteur de la coagulation.* Note de M. **Darius Molho**, présentée par M. Maurice Javillier.

La phényl-2 indanedione-1.3, administrée *per os*, agit chez le Lapin en diminuant essentiellement la prothrombine et accessoirement les facteurs V et VII, ce qui justifie une similitude d'action avec celle du dicoumarol et confirme l'hypothèse d'une analogie structurale entre les deux antivitamines K.

Dès 1947, nous avons montré avec Meunier et Mentzer [1] que la phényl-2 indanedione-1.3 (PID) exerce une action hypoprothrombinémiante chez le

---

(1) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1666.

Lapin. Contrairement à l'hypothèse de Jaques et Coll. [2], Bjerkelund [3] constate chez l'Homme que la PID agit sur la prothrombine et non sur le facteur V. Moraux [4] observe chez le Poulet une diminution du facteur X de Dam, action déjà signalée [5] pour le dicoumarol. Nous avons repris l'étude de la PID chez le Lapin pour essayer d'en clarifier le mode d'action. Administrée *per os*, la PID donne régulièrement de très nets allongements du temps de Quick [6]. Par exemple avec une dose de 20 mg : kg, de 8 s pour un lapin normal, le temps de Quick passe, après 24 h à 21 s. Nous avons voulu déterminer si cet allongement provenait de la seule diminution du taux de prothrombine. Le tableau I rapporte les temps de Quick obtenus avec le plasma d'un lapin normal (N) après dilutions successives avec le même plasma traité au phosphate tricalcique (NT) [7]. On obtient ainsi la courbe donnant la correspondance entre temps de Quick et activité en pour cent de prothrombine.

Tableau I. — *Temps de Quick en secondes.*

% de chaque plasma dans chacun des mélanges.	100. / 0.	98. / 2.	95. / 5.	90. / 10.	80. / 20.	50. / 50.	4. / 94.	0. / 100.
N/NT.........	8 s	8	8	8	8,5	10	31	∞
PID/NT.........	21 s	20,5	20,5 (21,5)	21 (22,5)	23,5 (24,5) (*)	31,5	–	∞
PID/N..........	21 s	18,5	15,5	13	11,5	9	8	8

(*) Entre parenthèses, temps calculés en fonction de la dilution si le plasma NT contenait la même proportion de facteur V que le plasma PID.

Dans le même tableau, nous indiquons les temps de Quick obtenus avec le plasma de Lapin à la PID (PID) diluée respectivement soit avec le plasma normal (N), soit avec le plasma normal préalablement traité au phosphate (NT). Le plasma (PID) coagulant en 21 s, il semble, d'après la courbe de correspondance, qu'il contienne 8 % de prothrombine; mais cette baisse apparente provient en fait non seulement d'une baisse de la prothrombine, mais aussi d'une attaque d'autres facteurs de la coagulation. En effet, l'apport même faible de plasma (NT) (sans prothrombine, mais avec du facteur V non adsorbable) raccourcit très légèrement le temps de Quick du plasma à la PID [8].

---

(2) Jaques, Taylor et Lepp, *Feder. Proceed.*, 1949, p. 81.

(3) *Scand. J. Clin. Lab. Invest.*, 2, 1950, p. 83.

(4) *Comptes rendus*, 233, 1951, p. 711.

(5) Sorbye, Kruse et Dam, *Acta Chem. Scand.*, 4, 1950, p. 549-831.

(6) *The hemmorrhagic disease and the physiology of hemostasis*, C. C. Thomas, 1942.

(7) Ce traitement élimine la prothrombine d'un plasma dont le temps de Quick devient alors infini.

(8) Il nous est arrivé dans d'autres essais de noter des raccourcissements plus importants que ceux signalés ici; c'est ainsi que 12 h après administration de PID, le temps de Quick

Par ailleurs, si nous diluons le plasma à la PID avec du plasma normal, nous lui apportons en plus du facteur V comme avec le plasma NT, une quantité connue de prothrombine. Dans ces conditions, nous avons constaté que les temps de Quick ainsi mesurés montrent des raccourcissements plus grands que ceux correspondant au facteur V et à la prothrombine ajoutés. La différence (tableau II) entre le taux de prothrombine effectivement observé sur la courbe de référence N, NT et le taux de prothrombine calculé en tenant compte de la prothrombine et du facteur V ajoutés, est due à un nouveau facteur activateur de la coagulation, le 7e jusqu'ici décrit, et qui est déficient dans le plasma PID.

TABLEAU II.

	% de chaque plasma dans chacun des mélanges.			% en prothrombine.		
Essais n°	PID.	NT.	N.	Observé sur courbe N/NT.	Calculé.	Différence.
1	90	10	–	8	7,2	0,8
2	98	2	–	8,6	7,8	0,8
3	90	–	10	23	17,2	5,8

C'est ainsi que pour un mélange de 90 % de plasma PID et 10 % de plasma N, nous avons :

	% de prothrombine calculée			
% de prothrombine observée.	dans le plasma PID.	dans le plasma N.	sous l'effet du facteur V ajouté.	sous l'effet du facteur VII ajouté.
23	7,2	10	0,8	5

Ce nouveau facteur est différent du facteur V (9) ou labile (10) puisqu'il est adsorbable sur phosphate et également différent du facteur VI d'Owren (9) ou du Spca d'Alexander (11), puisqu'il est préexistant dans le plasma. Il semble identique par contre au facteur VII de Koller (12) et à la proconvertine d'Owren (13). Owen et Coll (14) viennent de montrer que le dicoumarol abaisse un facteur comparable au nôtre par son adsorbabilité et qu'ils appellent le facteur stable. La PID agit donc en diminuant essentiellement le taux de prothrombine d'un plasma et en abaissant accessoirement les facteurs V et VII.

---

de 13 s du plasma PID est abaissé à 11,5 s avec le mélange 90 % pl. PID + 10 % pl. NT, ce qui tendrait à faire penser que l'attaque du facteur V est plus sensible quand la prothrombine est moins abaissée.

(9) *Acta Med. Scand.* 1947, suppl. 194.

(10) QUICK, *Amer J. Phys.*, 140, 1943, p. 212.

(11) ALEXANDER, DE VRIES, GOLDSTEIN, et LANDWEHR, *Science*, 109, 1949, p. 545.

(12) F. DUCKERT, A. LOELIGER et F. KOHLER, *Helv. Chim. Acta*, 34, 1951, p. 2431.

(13) *Revue d'hématologie*, 6, 1951, p. 135.

(14) OWEN, MAGATT et BOLLMAN, *Amer J. Physiol.*, 166, 1951, p. 1.

SÉROLOGIE. — *Un test humoral de la maladie sérique expérimentale du Lapin.* Note (*) de M. **Georges Sandor**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

Lors de la maladie sérique expérimentale du Lapin, le diagramme de solubilité des protéides sériques en fonction du pH (fiche réticulo-endothéliale) se déplace fortement vers la région alcaline.

La maladie sérique expérimentale se produit chez le Lapin à la suite d'injections intraveineuses espacées de grandes quantités de sérum de cheval. Elle est caractérisée sur le plan anatomo-pathologique par des nodules d'Aschoff dans le myocarde, de la périarthérite noueuse et des lésions rénales variées [Rich et Gregory (1), Klinge (2)]. Somme toute, il s'agit d'une véritable maladie diffuse du mésenchyme [Ehrich (3)]. Aussi, il a été intéressant de voir comment se comporte dans cet état le diagramme de solubilité des protéides sériques en fonction du pH que nous avons caractérisé comme une « fiche réticulo-endothéliale » (4).

On injecte à des lapins adultes 20 cm³ de sérum de cheval par la voie intraveineuse tous les huit jours. Leur sang est pris par ponction cardiaque avant chaque injection. Le diagramme de solubilité en fonction du pH est déterminé dans des conditions précisées ailleurs (4). Quelques-uns des résultats obtenus sont consignés ci-contre (*fig.* 1 à 4).

Nous voyons qu'à partir de la deuxième semaine et avant la troisième injection du sérum le diagramme se déplace fortement vers la région alcaline pour ne plus se modifier après.

Nous remarquons que de nombreux autres modes d'immunisation ont été essayés. Nous avons injecté de faibles quantités de sérum (0,5 à 2 cm³) tous les deux jours ou toutes les semaines pendant des durées variables, soit par la voie intraveineuse, soit par la voie sous-cutanée. Dans aucun cas nous n'avons observé de modification de nos diagrammes dans ces conditions. En adoptant la méthode classique pour provoquer la formation d'anticorps, nous avons injecté tous les deux jours de fortes quantités de sérum (10 cm³) par la voie veineuse. Dans ce cas le déplacement du diagramme vers la région alcaline ne se produit que d'une manière fortuite (une fois sur neuf lapins).

Il est ainsi très probable que la modification du diagramme observée est liée directement à l'état allergique, produit du fait de l'injection espacée

---

(*) Séance du 3 mars 1952.

(1) *Bull. Johns Hopkins Hospital*, 72, 1943, p. 65.

(2) *Klin. Wochenschrift*, 9, 1929, p. 586; *Beitraege zur pathologischen Anatomie* (Ziegler), 83, 1929, p. 185.

(3) *J. Amer. Med. Assn.*, 135, 1947, p. 94.

(4) Sandor et Weill-Fage, *Ann. Inst. Pasteur*, 79, 1950, p. 130.

de l'antigène. Ce déplacement de la précipitabilité des euglobulines sériques vers la région alcaline paraît bien manifester la maladie diffuse du mésenchyme qu'est le substratum anatomo-pathologique de la maladie sérique expérimentale.

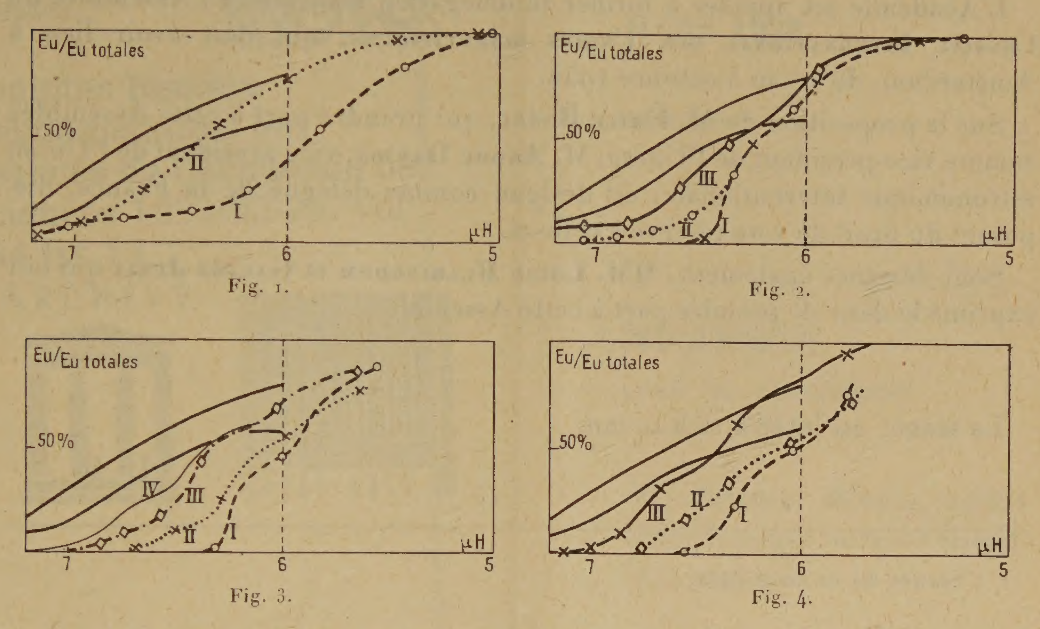


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4.

Fig. 1. — Lapin n° 10. I = 28 octobre 1951, avant l'injection du sérum; II = 12 novembre 1951, avant la troisième injection de sérum.

Fig. 2. — Lapin n° 8. I = 7 novembre 1951, avant l'injection du sérum; II = 14 novembre 1951 avant la deuxième injection; III = 21 novembre 1951, avant la troisième injection.

Fig. 3. — Lapin n° 5. I = 28 septembre 1951, avant l'injection; II = 5 octobre 1951, avant la deuxième injection; III = 12 octobre 1951, avant la troisième injection; IV = 19 octobre 1951, avant la quatrième injection.

Fig. 4. — Lapin n° 3. I = 28 septembre 1951, avant l'injection; II = 5 octobre 1951, avant la deuxième injection; III = 12 octobre 1951, avant la troisième injection.

En traits pleins sont représentés les limites des variations physiologiques chez l'Homme. On voit que le diagramme du Lapin normal est fortement déplacé vers la région acide. La synthèse d'euglobulines de point isoélectrique relativement alcalin fait défaut chez le Lapin.

Il est à noter que chez l'Homme on observe des modifications analogues de la « fiche réticulo-endothéliale » lors de la maladie d'Osler, de la glomérulonéphrite évolutive et à la fin des fièvres typhoïdes graves ([5]). Il serait tentant d'en conclure qu'un mécanisme mésenchymateux comparable intervient aussi dans ces états.

A 15 h 50 mn l'Académie se forme en Comité secret.

([5]) SANDOR et WEILL-FAGE, *La Presse Médicale*, 59, 1951, p. 53.

COMITÉ SECRET (1).

L'Académie est appelée à former la délégation française à l'Assemblée du Conseil International des Unions scientifiques, qui doit avoir lieu à Amsterdam, du 1er au 3 octobre 1952.

Sur la proposition de M. **Émile Borel**, qui prendra part à cette Assemblée comme vice-président de l'Union, M. **André Danjon**, vice-président de l'Union astronomique internationale, est désigné comme délégué de la France, disposant du droit de vote réservé à celle-ci.

Sont désignés également, MM. **Louis Blaringhem** et **Gaston Julia** qui ont exprimé le désir de prendre part à cette Assemblée.

La séance est levée à 16 h 10 mn.

L. B.

---

(1) Séance du 10 mars 1952.